

بررسی تداوم روزهای یخبندان در ایران، با استفاده از مدل زنجیره مارکوف

بهلول علیجانی - استاد اقلیم‌شناسی، دانشگاه تربیت معلم تهران

پیمان محمودی* - دانشجوی دکترای اقلیم‌شناسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

اله‌بخش ریگی چاهی - کارشناس ارشد ریاضیات، مرکز تحقیقات هواشناسی کاربردی استان سیستان و بلوچستان

پرویز خسروی - دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت فناوری اطلاعات، دانشگاه شهید بهشتی

پذیرش مقاله: ۱۳۸۸/۸/۳۰ تأیید مقاله: ۱۳۸۹/۷/۴

چکیده

یکی از عوامل مهم آب و هوایی که در طی دوره سرد سال در بیشتر مناطق کشور بروز می‌کند، پدیده سرما و یخبندان است. برای مطالعه و بررسی تداوم روزهای یخبندان در ایران زمین از مدل زنجیره مارکوف، مرتبه‌های یک و دو و سه حالت (یخبندان و غیر یخبندان) بهره برده شد. با استفاده از این مدل، ماتریس فراوانی و ماتریس احتمالات انتقال برای یک دوره ۱۵ ساله (۲۰۰۵-۱۹۹۱) از ماه اکتبر تا ماه مه در ۵۸ ایستگاه مورد مطالعه محاسبه گردید. سپس وابستگی روزهای یخبندان و غیر یخبندان به یکدیگر، به همراه ایستایی و همگنی مکانی آنها مورد آزمون قرار گرفت و نتایج در قالب نقشه‌های پهنه‌بندی تداوم‌های مختلف در گستره ایران زمین فراهم گردید. از مهم‌ترین نتایج به دست آمده می‌توان به این موارد اشاره کرد: الف) وقوع روزهای یخبندان در گستره ایران زمین، به جز نواحی شمالی و جنوبی کشور که عموماً فاقد یخبندان اند، ویژگی زنجیره مارکوف را دارا هستند. به عبارت دیگر، تداوم روزهای یخبندان در ایران تصادفی نیست بلکه وقوع روز یا روزهای یخبندان به شرایط اقلیمی روزهای گذشته وابسته است. ب) وقوع یخبندان‌های دو ماه اکتبر و مه، که به ترتیب به یخبندان‌های زودرس پاییزی و یخبندان‌های دیررس بهاری مشهور هستند، دارای ویژگی زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالت هستند؛ یعنی وقوع یخبندان فقط به شرایط اقلیمی روز گذشته مرتبط است. به عبارت دیگر، حاکمیت با تداوم‌های دو روزه است. ج) توزیع فضایی تداوم‌های دو روزه در گستره ایران زمین در ماه اکتبر محدود به نواحی مرتفع غرب، شمال غرب و شمال شرق ایران است، در حالی که این نوع از تداوم در ماه مه فقط در نواحی مرتفع شمال غربی ایران مشاهده می‌شود. د) ماه‌های نوامبر، دسامبر، ژانویه، فوریه، مارس و آوریل ماه‌هایی هستند که به نسبت‌های متفاوت، با تداوم‌های دو یا سه و چهار روزه مواجه‌اند. از این رو آزمون‌های آماری نشان می‌دهند که ویژگی زنجیره مارکوف وقوع روزهای یخبندان ایستا از زمان هستند.

کلیدواژه‌ها: ایران، تداوم یخبندان، ضریب تداوم، زنجیره مارکوف.

مقدمه

یکی از عوامل مهم آب و هوایی که در طی دوره سرد سال در بیشتر مناطق کشور بروز می‌کند، پدیده سرما و یخبندان است. یخبندان با پایین آمدن دما و نزول آن به آستانه بحرانی مشخص شروع می‌شود و با تأثیراتی که در سطح زمین ایجاد می‌کند، زندگی انسان‌ها و همچنین فعالیت‌های عمرانی و رشد بازدهی محصولات زراعی را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

با توجه به وضعیت جغرافیایی کشور و ارتفاع نسبتاً بالای بیشتر مناطق آن از سطح دریا و ورود جبهه‌های متفاوت به این سرزمین، وقوع سرما و یخبندان هر ساله بیشتر نقاط کشور - و در برخی از سال‌ها حتی قسمت‌های جنوبی آن - را در بر می‌گیرد و خسارات زیادی را به بار می‌آورد. برای نمونه می‌توان به یخبندان بهاره اردیبهشت ماه ۱۳۶۸ اشاره کرد که نزدیک به یک هفته بر قسمت‌هایی از شمال و غرب کشور حکمفرما بود و حدود یک میلیارد و چهارصد میلیون تومان خسارت به بار آورد (براتی، ۱۳۷۵).

یخبندان‌ها با توجه به منشأ پیدایش‌شان به انواع مختلفی همچون تشعشی، انتقالی و تبخیری تقسیم می‌شوند که هر کدام ویژگی‌های خود را دارند (کریمی خواجه‌لنگی، ۱۳۸۶). از بین این ویژگی‌ها (اولین یخبندان پاییزی، آخرین یخبندان بهاره، شدت، مدت، فراوانی و جز اینها). تداوم یخبندان - چه در مقیاس ساعتی و چه در مقیاس روزانه - اهمیت ویژه‌ای دارد. به عنوان مثال، موقعی که دما به مدت ۴ الی ۵ ساعت به زیر صفر درجه سانتیگراد یا به مدت چند دقیقه به ۲/۲- درجه سانتیگراد یا پایین‌تر تنزل یابد، خسارات فراوانی به بافت‌های برگ، ساقه و پوست گیاهان وارد می‌شود (مجرد قره‌باغ، ۱۳۷۶).

پیشینه تحقیقاتی در زمینه این پدیده اقلیمی و ویژگی‌های آن، پیشینه‌ای غنی است. در ادامه به نتایج برخی از این تحقیقات، چه در سطح جهانی و چه در سطح ایران اشاره می‌گردد. هربر و اشمیر (به نقل از کمالی، ۱۳۸۱) شاید جزء اولین محققانی بودند که در سال ۱۹۳۶ مشخص کردند که گونه‌های سوزنی‌برگ، اولین سرماهای پاییزه را از تمامی گیاهان دیگر بهتر تحمل می‌کنند و آستانه حرارتی حداقل آنها از سایر گیاهان پایین‌تر است. تام و شاو (۱۹۵۸) نشان دادند که تاریخ‌های وقوع یخبندان‌ها تصادفی‌اند و از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند. روزنبرگ و مایرز (۱۹۶۲) با پذیرفتن نظریه تام و شاو مبنی بر نرمال بودن توزیع تاریخ‌های یخبندان، نوع وقوع یخبندان را برای مقاصد برنامه‌ریزی کشاورزی، مناسب‌تر از تاریخ متوسط وقوع یک دمای حداقل معین تشخیص داده‌اند.

ویلن (۱۹۸۸) با تحلیل احتمالاتی ویژگی‌های یخبندان، تاریخ‌های آغاز و خاتمه یخبندان، سردترین دما و ریسک وقوع دوره‌های سرد را در فلوریدای مرکزی بررسی، و توزیع احتمالی آن را پیش‌بینی کرده است. واتکینز (۱۹۹۱) به منظور پی بردن به تغییرات بلندمدت طول فصل یخبندان، با تحلیل دماهای روزانه، شروع و خاتمه یخبندان‌ها را در انگلستان مرکزی مطالعه کرد. بوئر و همکاران (۱۹۹۳) بر مبنای پنج ویژگی یخبندان، یکی از مناطق گندم‌خیز استرالیا را به چهار ناحیه همگن تقسیم کردند و بر مبنای فرم وزنی تحلیل رگرسیون به این نتیجه رسیدند که ارتفاع، بهترین عامل پیش‌بینی‌کننده ویژگی‌های یخبندان است و از این نظر عرض جغرافیایی و سایر عوامل در درجه بعدی اهمیت قرار می‌گیرند. مولر و همکارانش (۲۰۰۰) رابطه بین چرخه‌های انسو و فراوانی یخبندان را در ناحیه مرکزی آرژانتین مورد

بررسی قرار دادند. آنها دریافتند که بخشی از تغییرپذیری فراوانی یخبندان را می‌توان به‌وسیله این چرخه تشریح کرد. تات و ژنگ (۲۰۰۳) با استفاده از داده‌های ماهواره‌ای ویژگی‌های یخبندان ناحیه اوتاگو در کشور نیوزیلند را مورد مطالعه قرار دادند و نقشه‌های زمان آغاز و خاتمه یخبندان را با استفاده از سیستم اطلاعات جغرافیایی برای این ناحیه تهیه کردند. مدلین و بلتراند (۲۰۰۵) پراکندگی مکانی یخبندان‌های دیررس بهاره و عوامل تأثیرگذار بر روی آن را در ناحیه تاکداری شمال فرانسه مورد مطالعه قرار دادند. آنها عوامل تأثیرگذار بر پراکندگی مکانی یخبندان را در دو مقیاس ماکروکلیم (طول و عرض جغرافیایی) و توپوکلیم (عوامل محلی و توپوگرافی) مدنظر قرار دادند.

از میان کارهای انجام شده در داخل، قدیمی‌ترین کار مربوط به هاشمی (۱۳۴۸) است. جوادی (۱۳۵۰) روش‌های تجربی پیش‌بینی یخبندان‌ها و حفاظت در برابر آنها را مطالعه کرده است. رحمتی سایه (۱۳۶۱) با استفاده از نمودارهای شبانه‌روزی دما، درجه حرارت حداقل، و مقدسی (۱۳۶۱) با استفاده از توزیع گامبل خطر وقوع سرمای بهاره را در همدان مورد مطالعه قرار داده‌اند. گرجی بحری و ثابت طالبی (۱۳۷۱) با بررسی تأثیر سرمای دیررس بر رانشستان‌های منطقه گلبد و نوشهر به این نتیجه رسیدند که ارتفاع نقش تعیین‌کننده‌ای در وارد آوردن خسارت بر درختان راش دارد. خواجه نوری (۱۳۶۸) تدابیر مؤثر حفاظتی را در برابر یخبندان‌ها توضیح داده و آستانه‌های بحرانی گیاهان و محصولات مختلف کشاورزی را در مراحل مختلف رشد ذکر کرده است.

با وارد شدن به دهه هشتاد شمسی، حجم مطالعات انجام گرفته بر روی یخبندان روند افزایشی عمده‌ای - چه از لحاظ کمی و چه از لحاظ کیفی - به خود گرفت و تحقیقات گرانمایی در این زمینه ارائه گردیدند. علیزاده و همکاران (۱۳۷۳) در این دهه با استفاده از آمار دمای حداقل روزانه ۱۵ ایستگاه هواشناسی استان خراسان، تاریخ‌های اولین وقوع یخبندان پاییزه و آخرین وقوع یخبندان بهاره را در سه آستانه حرارتی با توزیع‌های احتمالاتی مطابقت داده و چنین نتیجه‌گیری کرده‌اند که وقوع یخبندان‌های زودرس پاییزه و دیررس بهاره از توزیع گامای دوپارامتری تبعیت می‌کند. براتی (۱۳۷۵) برای اولین بار برای تحلیل و پیش‌بینی الگوهای سینوپتیکی یخبندان‌های بهاره ایران، ۶۲ مورد یخبندان بهاره را طی دوره‌ای ۲۰ سال (۱۳۴۶-۱۳۴۷) با استفاده از آمار روزانه ۶۰ ایستگاه هواشناسی برگزید و سپس آنها را از لحاظ شدت و مدت و گسترش مکانی تحلیل کرد. علیجانی و براتی در سال ۱۳۷۵، در تحقیقات دانشگاهی، براتی یخبندان اوایل فروردین سال ۱۳۶۶ را به عنوان مطالعه‌ای موردی از دیدگاه سینوپتیکی مورد بررسی قرار دادند. مجرد قره‌باغ (۱۳۷۶) در رساله دکتری خود براساس تئوری تقاطع^۱ ویژگی‌های یخبندان آذربایجان را نظام‌وار مورد مطالعه قرار داد. براتی در سال ۱۳۷۸ در طی مطالعات خود که بر الگوهای سینوپتیکی به وجود یخبندان‌ها متمرکز بود، نقش پرفشارهای مهاجر و ارتباط آنها را با یخبندان‌های ایران مورد بررسی قرار داد.

شروع دهه نود با چاپ مقالات مختلف و برگزاری کنفرانس‌های ملی و بین‌المللی در خصوص مخاطرات همراه بود که یخبندان را نیز شامل می‌گردید. خلجی (۱۳۸۰) زمان وقوع سرماهای دیررس بهاره و یخبندان‌های زودرس پاییزه را در سه آستانه صفر، -۱ و -۳ درجه سانتی‌گراد برای استان چهارمحال و بختیاری مورد بررسی قرار داد. کویانی و

همکاران (۱۳۸۱) با بهره‌گیری از روش‌های آماری، درصد احتمال وقوع و دوره‌های بازگشت سرمای بهاره در مراحل مختلف رشد بادام را با استفاده از معادله ویبول برای منطقه سامان چهارمحال و بختیاری محاسبه کرده‌اند. کمالی (۱۳۸۱) سرمایه‌های زیان‌آور برای کشاورزان را در قالب معیارهای احتمالاتی برای ایستگاه تهران، و بهیار (۱۳۸۲) عوامل مؤثر دینامیکی و همیدی را بر روی سرمازدگی و یخبندان در استان چهارمحال و بختیاری مورد بررسی قرار داده‌اند.

در ادامه کارهای انجام شده قبلی عزیز (۱۳۸۳) یخبندان‌های نیمه غربی ایران را از دیدگاه سینوپتیکی، حجازی‌زاده و ناصرزاده (۱۳۸۴) ساعت‌های تداوم یخبندان را در استان لرستان، کمالی و صحرائیان (۱۳۸۴) تاریخ وقوع اولین سرما و یخبندان پاییزه و آخرین سرما و یخبندان بهاره را برای استان آذربایجان شرقی، و توکلی و حسینی (۱۳۸۵) یخبندان‌های رخ داده در ایستگاه اکباتان همدان را مورد بررسی قرار داده‌اند.

با مروری که بر منابع خارجی و داخلی صورت گرفت، مشاهده گردید که بیشتر مطالعات انجام شده به خصوص در داخل کشور بر روی ویژگی‌های یخبندان، همچون فراوانی و شدت وقوع، طول فصل یخبندان و شاخص‌هایی مانند متوسط روز آغاز و خاتمه و طول فصل رشد متمرکز بوده است. این در حالی است که در مورد دیگر ویژگی‌های این پدیده اقلیمی، همچون دوره‌های کوتاه یخبندان و غیر یخبندان، روزهای انجماد - ذوب و تداوم یخبندان مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است. از دلایلی که شاید بتوان در این زمینه بدان اشاره کرد، فقدان یا نقص اطلاعات و عدم دسترسی به آمار ساعتی دما در طول شبانه‌روز برای یک مدت طولانی است. بنابراین در این مورد همواره ترجیح داده شده است تا تداوم یخبندان در طول فصل یخبندان یا دوره‌های کوتاه یخبندان مطالعه شود.

هدف این تحقیق تعیین تداوم‌های دو و سه و چهار روزه یخبندان و تعیین ساختار احتمالی آن با استفاده از زنجیره مارکوف است. بنابراین، برای دستیابی به این هدف، ابتدا فراوانی تداوم‌ها و توزیع فضایی آنها در ایران بررسی می‌شود و سپس با استفاده از ضریب تداوم زنجیره مارکوف، خود همبستگی تداوم‌های دو و سه و چهار روزه محاسبه می‌گردد.

مواد و روش‌ها

برای بررسی تداوم روزه‌های یخبندان در ایران زمین و دستیابی به الگوی زمانی و مکانی در این زمینه، داده‌های مربوط به دمای حداقل روزانه ۵۸ ایستگاه هواشناسی سینوپتیک در دوره‌ای ۱۵ ساله (۲۰۰۵-۱۹۹۱) برای ماه‌های اکتبر تا مه از سازمان هواشناسی کشور برگرفته شد. توزیع و پراکنش ایستگاه‌های مورد مطالعه در سطح کشور در شکل ۱ آورده شده است. همگنی داده‌ها نیز با استفاده از روش ران تست برای کل ایستگاه‌ها مورد آزمون قرار گرفت و همگنی آنها در سطح بالایی پذیرفته شد.

مطالعه یخبندان شامل فرایندی گسترده با چندین زیرسیستم است که در قالب نگرشی سیستمی مورد توجه قرار می‌گیرد. سه زیرسیستم این فرایند عبارت‌اند از (مجرد قره‌باغ، ۱۳۷۶):

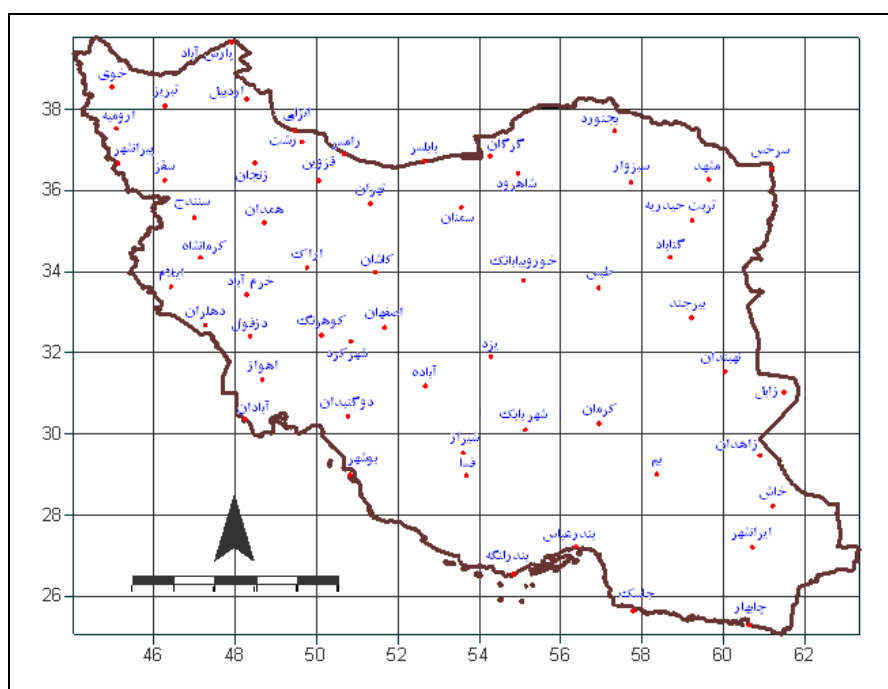
۱. تحلیل آماری: شامل تحلیل ویژگی‌ها و شاخص‌های یخبندان، بررسی وضعیت توزیع فضایی شاخص‌ها، قابلیت وقوع یخبندان و پیش‌بینی آماری یخبندان.

۲. تحلیل سینوپتیکی: شامل بررسی ویژگی‌های سیستم‌های سینوپتیک با استفاده از نقشه‌های فشار، مطالعه علل

وقوع و انواع یخبندان‌ها و پیش‌بینی سینوپتیک.

۳. اصول و روش‌های حفاظت در برابر یخبندان.

در این تحقیق، مراحل مطالعاتی زیرسیستم تحلیل آماری یخبندان با استفاده از مدل زنجیره مارکوف و در حد پاسخگویی به هدف مورد نظر، که بررسی تداوم‌های دو و سه و چهار روزه یخبندان در ایران زمین است، مدنظر قرار داده شده است.



شکل ۱. نقشه موقعیت و پراکنش ایستگاه‌های مورد مطالعه

فرایند زنجیره مارکوف

مدل زنجیره مارکوف از تکنیک‌های ریاضی برای تحلیل پدیده‌های تصادفی است که تداومی از مشاهدات را در طول زمان نشان می‌دهد (طالشی، ۱۳۸۴). در واقع در روش زنجیره مارکوف یک سری از مشاهدات و تغییر هر کدام از مشاهدات از حالتی به حالت دیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد (علیزاده، ۱۳۸۳). استفاده از این مدل به دلیل توانمندی‌هایی که در محاسبه دوره‌های یخبندان و بدون یخبندان و همچنین ساده کردن حل بسیاری از مسائل مربوط به فرایندهای وابسته دارد، بسیار مورد توجه محققان مختلف در رشته‌های گوناگون قرار گرفته است (استرن، ۱۹۸۲، مون و همکاران، ۱۹۹۴؛ کتزی، ۱۹۷۷؛ دهال و همکاران، ۱۹۹۴؛ چین، ۱۹۷۷؛ کاسکی، ۱۹۹۷؛ مارتین واید و گومز، ۱۹۹۹؛ جعفری بهی، ۱۳۸۷؛ قادرمرزی، ۱۳۸۰؛ علیجانی و همکاران، ۱۳۸۴؛ حجازی‌زاده و شیرخانی، ۱۳۸۴).

فرض کنید $(X_n, n=0,1,2,\dots)$ فرایندی تصادفی است که در آن X_n می‌تواند هر مقدار متناهی یا شمارا از

مقادیر ممکن را به خود اختصاص دهد. اگر $X_n = i$ باشد، آن‌گاه این فرایند منعکس‌کننده حالت i در زمان n خواهد بود. پس می‌توان نتیجه گرفت که هر گاه این فرایند در وضعیت i باشد، با احتمال ثابتی (p_{ij}) می‌توان تغییر حالت آن به j را در آینده برآورد کرد؛ یعنی:

$$\text{probability}(X_{n+1} = j | X_n = i, X_{n-1}, \dots, X_0 = i_0) = p_{ij} \quad \text{رابطه (۱)}$$

که برای همه حالت‌های $j, i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, i_n$ و همه $n \geq 0$ ها صادق است. پس توزیع شرطی هر حالت آتی X_{n+1} ، با توجه به حالت موجود X_n و حالت‌های گذشته X_0, X_1, \dots, X_{n-1} ، فقط وابسته به حالت موجود و مستقل از حالت‌های گذشته است؛ یعنی وابستگی شرایط اقلیمی فردا فقط به شرایط اقلیمی امروز و مستقل از شرایط اقلیمی روزهای گذشته است. چنین فرایند تصادفی‌ای را از زنجیره مارکوف می‌نامند. در این فرایند p_{ij} که از آن با عنوان احتمال ثابت نام برده شد، بیانگر احتمال انتقال از حالت i به حالت j است. حال اگر P علامت ماتریس احتمالی انتقالات یک‌مرحله‌ای (p_{ij}) در نظر گرفته شود، ماتریس احتمالات انتقال بدین صورت خواهد بود:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots \\ p_{10} & p_{11} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ p_{i1} & p_{i1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

اکنون ماتریس فراوانی انتقالات n_{ij} و ماتریس احتمالی انتقالات p_{ij} بین دو حالت متوالی وقوع روزهای یخبندان می‌تواند بدین شرح ارائه شود:

$$N = \begin{matrix} & W & D \\ \begin{matrix} W \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} n_{00} & n_{01} \\ n_{10} & n_{11} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & W & D \\ \begin{matrix} W \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

که n_{ij} و p_{ij} به ترتیب بیانگر فراوانی و احتمال حالت‌های انتقال از حالت i به دیگر حالت‌های ممکن j هستند (Moon et al., 1994). بسط همین خاصیت مارکوفی که در رابطه مذکور بیان شد، در زنجیره‌های مارکوف مرتبه دوم و سوم بدین صورت است:

$$P_r = \{X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r \{X_{t+1} | X_t, X_{t-1}\} = P_{ijk} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$P_r = \{X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r \{X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, X_{t-2}\} = P_{ijkh} \quad \text{رابطه (۳)}$$

پس ماتریس فراوانی انتقالات و ماتریس احتمال انتقال آنها نیز به ترتیب می‌تواند بدین صورت ارائه گردد:

$$n = \begin{bmatrix} n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \end{bmatrix}$$

$$n = \begin{bmatrix} n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \\ n_{\dots} & n_{\dots} \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \\ p_{\dots} & p_{\dots} \end{bmatrix}$$

بعد از فراهم ساختن ماتریس فراوانی انتقالات و ماتریس احتمالی انتقالات، وابسته یا مستقل بودن روزهای یخبندان به یکدیگر با فرمول زیر آزموده شد (Moon et al., 1994):

$$\alpha = \sum_{i,j}^m n_{ij} \ln(p_{ij}/p_j) \quad \text{رابطه (۴)}$$

در نهایت نتیجه حاصل از این معادله با توزیع χ^2 در سطح احتمالاتی ۰/۰۵ و با درجه آزادی $(m-1)^2$ برای هر سه مرتبه زنجیره مارکوفی آزمون شد. در این فرمول m تعداد کل حالتها (در این مطالعه $m=2$) و p_j بیان کننده احتمالات حاشیه‌ای برای ستون j ام از ماتریس احتمالی انتقالات است که از معادله زیر به دست می‌آید:

$$p_j = \frac{\sum_i^m n_{ij}}{\sum_{i,j}^m n_{ij}} \quad \text{رابطه (۵)}$$

سپس ایستایی سری زمانی با فرمول ۶ سنجیده شد (Moon et al., 1994):

$$\beta = \sum_t^T m_{i,j} n_{ij}(t) \ln [p_{ij}(t)/p_{ij}] \quad \text{رابطه (۶)}$$

در این معادله T نشان دهنده تعداد زیر دوره‌ها (در این مطالعه $T=3$)، $n_{ij}(t)$ و $p_{ij}(t)$ به ترتیب i امین و j امین مؤلفه ماتریس فراوانی و ماتریس احتمالی انتقال t امین زیرمجموعه است. اگر زنجیره مارکوف ایستا باشد، آماره β از معادله (۶) دارای توزیع χ^2 با درجه آزادی $(T-1)m(m-1)$ است.

و در نهایت همگنی مکانی ویژگی‌های زنجیره مارکوف با استفاده از معادله زیر آزموده شد (Moon et al. 1994):

$$\gamma = \sum_s \sum_{i,j} n_{ij}(s) \ln(p_{ij}(t)/p_{ij}) \quad \text{رابطه (۷)}$$

این آماره نیز دارای تابع توزیع χ^2 با درجه آزادی $(s-1)m(m-1)$ است. در این معادله s تعداد ایستگاه‌ها (در این مطالعه $s=58$) و n_{ij} و p_{ij} به ترتیب i امین و j امین مؤلفه ماتریس فراوانی و ماتریس احتمالی انتقال s امین ایستگاه هستند.

در ادامه با استفاده از ماتریس‌های احتمالی انتقالات که قبلاً برای هر کدام از ایستگاه‌ها و ماه‌ها به طور جداگانه محاسبه گردیده بودند، پارامتر تداوم که نشان‌دهنده میزان خودهمبستگی روزهای یخبندان با یکدیگر است، با استفاده از معادلات (۸)، (۹) و (۱۰) برای مرتبه مناسب هر ایستگاه محاسبه شد. در این معادلات صفر نشان‌دهنده روز بدون یخبندان و ۱ نشان‌دهنده روز دارای یخبندان است.

$$r_1 = P_{\circ\circ} - P_{\circ} \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$r_2 = P_{\circ\circ\circ} - P_{\circ\circ} \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$r_3 = P_{\circ\circ\circ\circ} - P_{\circ\circ\circ} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

لازم به ذکر است که تمام مراحل مذکور، چه استخراج ماتریس فراوانی انتقالات و چه انجام آزمون‌های مختلف، همگی در محیط نرم‌افزاری Matlab برنامه‌نویسی شده است. نقشه‌ها نیز در محیط نرم‌افزاری Surfer و با استفاده از روش درون‌یابی گریجینگ رسم گردیده‌اند.

یافته‌های تحقیق

برای مطالعه و بررسی تداوم روزهای یخبندان در ایران زمین، ماتریس فراوانی و ماتریس احتمالی انتقالات زنجیره مارکوف مرتبه‌های ۱ و ۲ و ۳ با دو حالت یخبندان و غیر یخبندان برای دوره ۱۵ ساله (۲۰۰۵-۱۹۹۱) از ماه اکتبر تا ماه مه برای کل ۵۸ ایستگاه مورد مطالعه محاسبه گردید؛ و تعداد ماتریس‌هایی که در این مرحله به دست آمد در مجموع به ۳۴۸ ماتریس رسید. بنابراین به منظور رعایت اصل خلاصه‌نویسی و همچنین با توجه به اینکه خطرهای ناشی از وقوع سرما و یخبندان بیشتر در اوایل فصل پاییز و همچنین اوایل فصل بهار مشاهده می‌شود، لذا فقط نتایج حاصل از ماه‌های شروع و خاتمه یخبندان بیشتر بسط و تشریح خواهند گردید.

فراوانی تداوم‌های دو و سه و چهار روزه یخبندان‌ها با استفاده از ماتریس‌های فراوانی انتقالات به تفکیک ماه و برای همه ایستگاه‌های مورد بررسی استخراج گردید. همچنین برای دستیابی به الگوی فضایی تداوم‌های دو و سه و چهار روزه این پدیده، نقشه‌های توزیع فضایی آنها به تفکیک برای تداوم‌های مختلف در گستره ایران تهیه گردید.

براساس شکل ۲ که نشان دهنده توزیع فضایی یخبندان‌های با تداوم دو روزه است، مشاهده می‌شود که اولین یخبندان‌های با تداوم دو روز در ماه اکتبر و در غرب و شمال غرب ایران روی داده است، به طوری که هسته مکانی این یخبندان‌ها با میانگین فراوانی ۳ بار تکرار، مربوط به ایستگاه‌های سقز و شهرکرد و همدان بوده است. با ادامه فصل سرما مشاهده می‌شود که تمام ایران به جز نوار شمالی و جنوبی کشور در ماه‌های نوامبر، دسامبر، ژانویه، فوریه و مارس، با یخبندان‌های دارای تداوم دو روز، اما با فراوانی‌های مختلف مواجه‌اند.

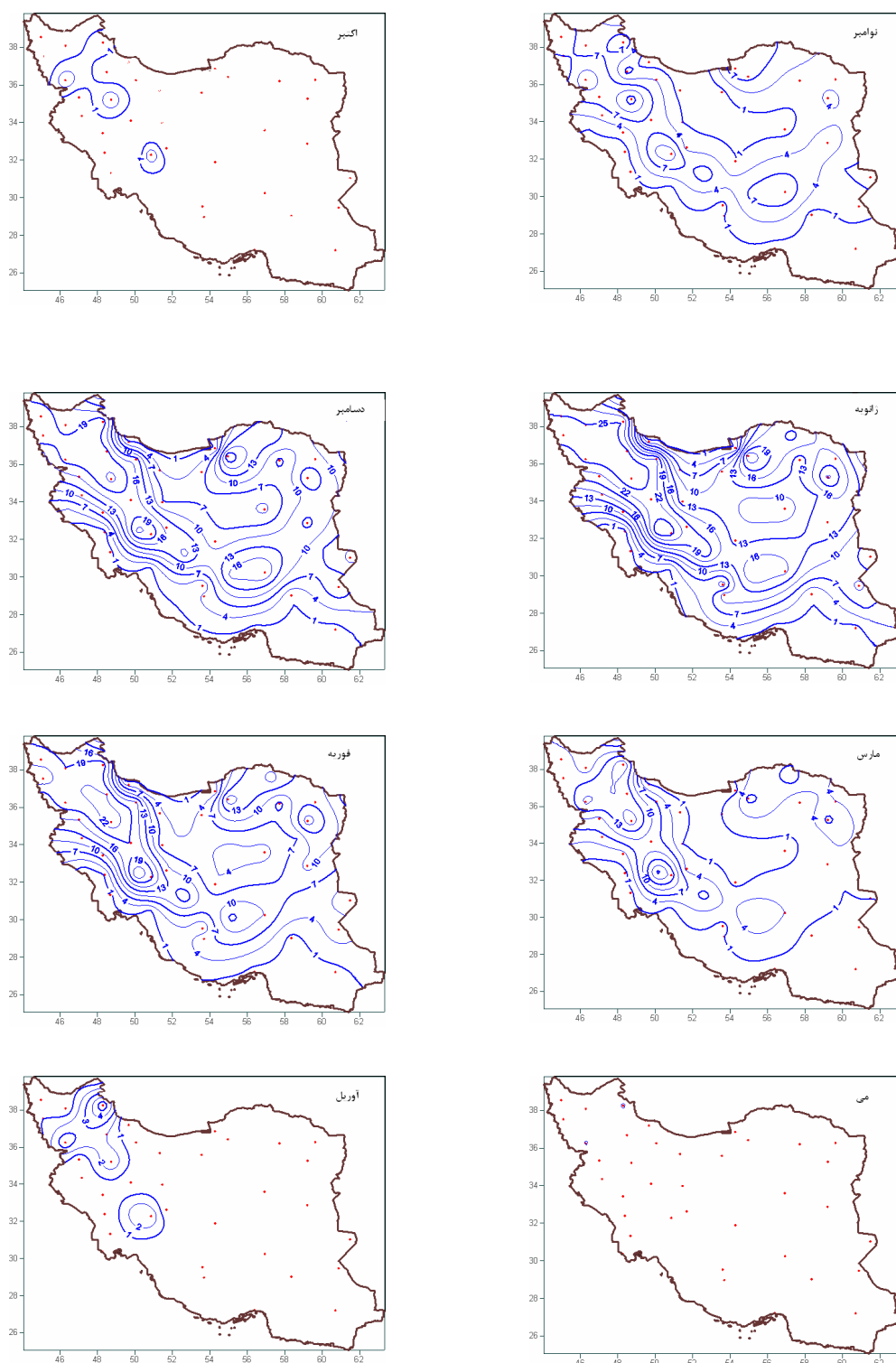
با آغاز ماه آوریل مشاهده می‌شود که قسمت اعظم ایران از سیطره یخبندان‌های با تداوم دو روز خارج‌اند و فقط غرب و شمال غرب ایران تحت تأثیر این تداوم باقی می‌مانند، به طوری که هسته مکانی بیشترین فراوانی این تداوم با ۶ و ۴ و ۳ مورد مربوط به ایستگاه‌های اردبیل، سقز، همدان و کوه‌رنگ است. این تداوم حتی در ماه مه نیز مشاهده می‌شود؛ اما فقط دو ایستگاه سقز و اردبیل، آن‌هم با یک مورد این نوع از تداوم را ثبت کرده‌اند.

یخبندان‌هایی با تداوم سه روز که در شکل ۳ توزیع فضایی فراوانی آنها در هشت ماه مورد مطالعه به تفکیک ترسیم شده است، نشان می‌دهد که در ماه اکتبر فقط به صورت نقطه‌ای و آن‌هم در غرب و شمال غرب ایران نشانه‌هایی از این تداوم مشاهده گردیده است. در واقع ایستگاه‌های سقز و شهرکرد و اردبیل هر کدام با ۳ و ۲ و ۱ مورد، تنها ایستگاه‌هایی بوده‌اند که در ایران این نوع از تداوم‌ها را ثبت کرده‌اند. اما با شروع ماه نوامبر مشاهده می‌گردد که به جز نواحی جنوبی، جنوب شرقی، و همچنین نوار باریک شمالی و داخلی ایران بقیه نقاط کشور با این نوع از تداوم‌های سه روزه - اما با فراوانی‌های مختلف - مواجه بوده‌اند.

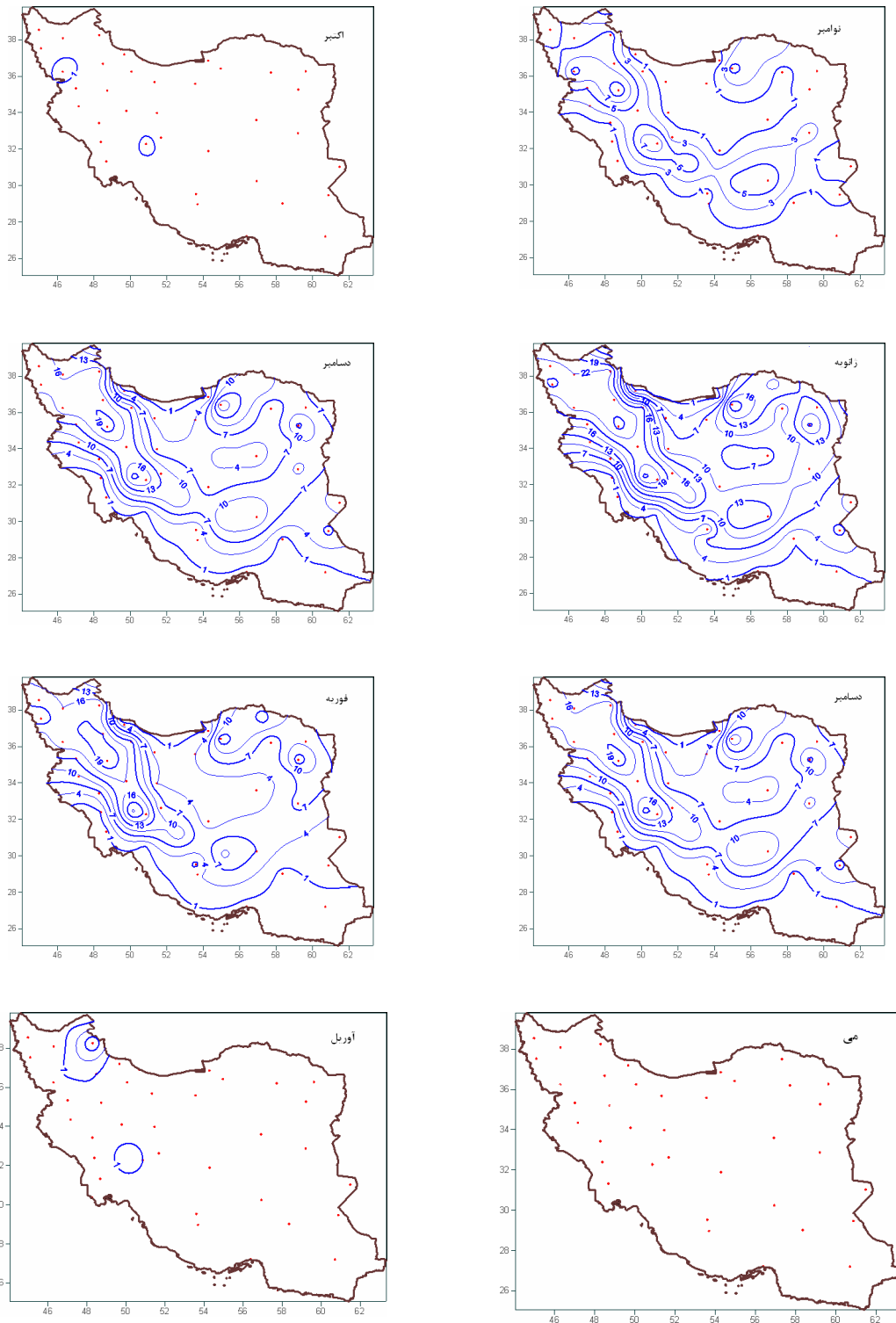
ماه‌های دسامبر و ژانویه و فوریه که سردترین ماه‌های سال ایران به شمار می‌روند، حداکثر پوشش کشوری با این تداوم را دارند. اما با آغاز ماه مارس قسمت اعظمی از ایران در شمال، مرکز، جنوب و جنوب غربی از سیطره این تداوم خارج می‌شود و در ماه آوریل فقط در شمال غربی ایران نشانه‌هایی از این تداوم را می‌توان مشاهده کرد، به طوری که بیشترین فراوانی این تداوم‌ها با ۴ و ۲ مورد متعلق به ایستگاه‌های اردبیل و کوه‌رنگ است و در بقیه ایستگاه‌ها همچون زنجان، شهرکرد، همدان، بجنورد، خوی و سقز فقط یک‌بار این تداوم ثبت شده است. ماه مه نیز موسمی بوده است که در دوره ۱۵ ساله مورد مطالعه هیچ‌گونه تداوم سه روزه‌ای را به خود ندیده است.

فراوانی تداوم‌های چهار روزه در ایران نشان می‌دهد که در ماه اکتبر فقط سه ایستگاه سقز و اردبیل و شهرکرد - که در واقع مرتفع‌ترین ایستگاه‌های ایران نیز هستند - آن‌هم فقط برای یک بار در دوره مورد مطالعه، چنین تداومی را ثبت کرده‌اند. با وارد شدن به ماه‌های نوامبر، دسامبر، ژانویه و فوریه مشاهده می‌شود که گسترش این تداوم ابتدا بر روی مناطق کوهستانی کشور به‌ویژه غرب و شمال غرب ایران بوده است که در ادامه دیگر قسمت‌های آن، به استثنای شمال و جنوب کشور تحت سیطره این تداوم واقع می‌شوند.

در ماه مارس که در واقع ماه روند کاهشی این تداوم بر روی ایران است، مشاهده می‌شود که گسترش آن فقط بر روی رشته کوه زاگرس و قسمت‌هایی از شمال شرق کشور است، به طوری که روند گسترشی آن دقیقاً منطبق بر روند گسترشی رشته کوه زاگرس یعنی گسترش شمال غرب - جنوب شرق است.



شکل ۲. توزیع فضایی تداوم‌های دو روزه یخبندان در ایران، از ماه اکتبر تا ماه مه



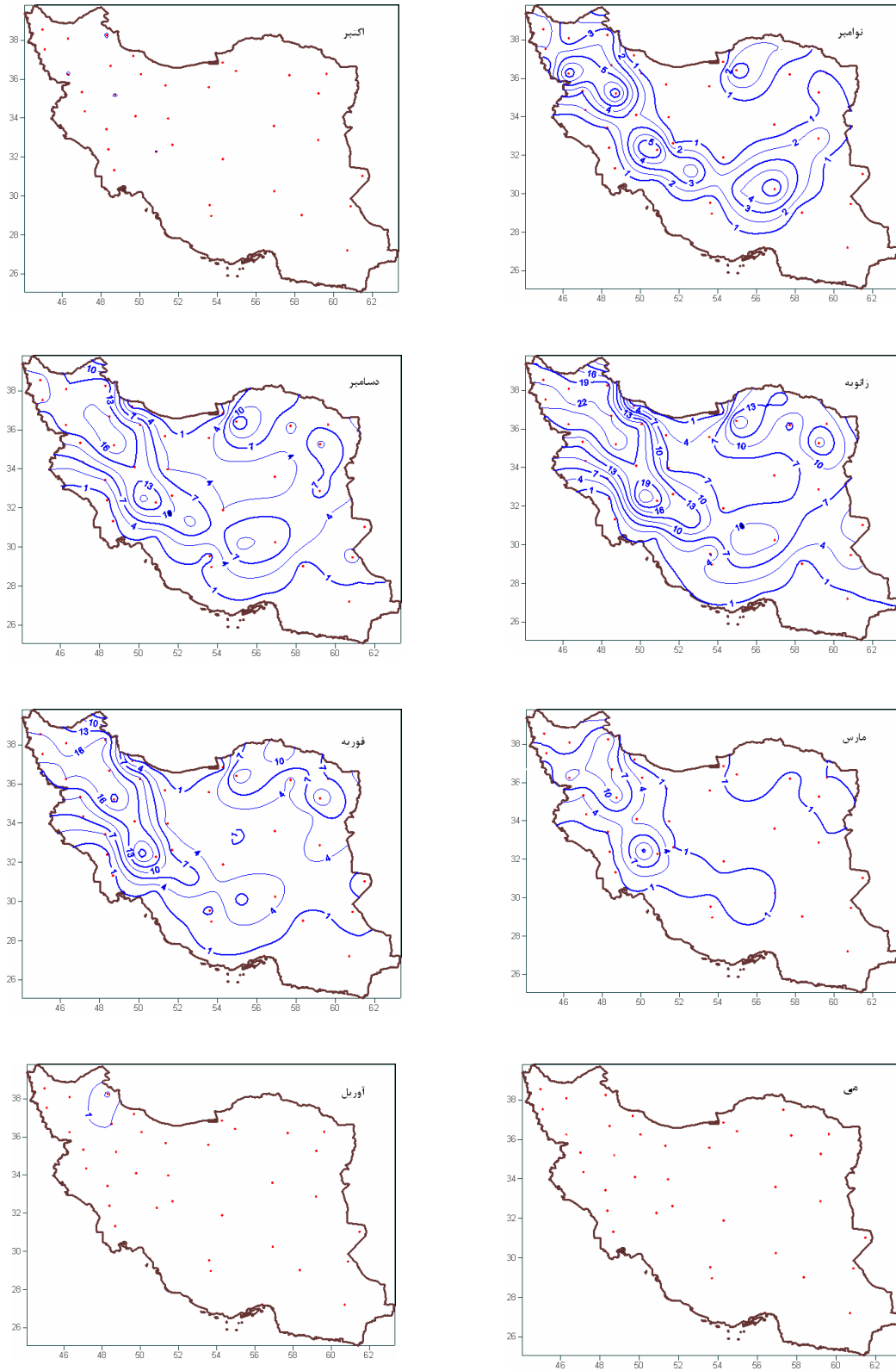
شکل ۳. توزیع فضایی تداوم‌های سه روزه یخبندان در ایران از ماه اکتبر تا ماه مه

با آغاز ماه آوریل، این نوع تداوم فقط در شمال غربی ایران مشاهده می‌شود، به طوری که هسته مکانی بیشترین فراوانی وقوع این نوع تداوم با دو بار تکرار متعلق به ایستگاه اردبیل بوده است؛ هر چند در دیگر ایستگاه‌های مرتفع کشور همچون سقز، همدان، زنجان و کوه‌رنگ نیز از این نوع تداوم اما با فراوانی یک بار تکرار مشاهده شده است. در ماه مه دیگر عملاً تداومی از این نوع یخبندان مشاهده نمی‌گردد (شکل ۴).

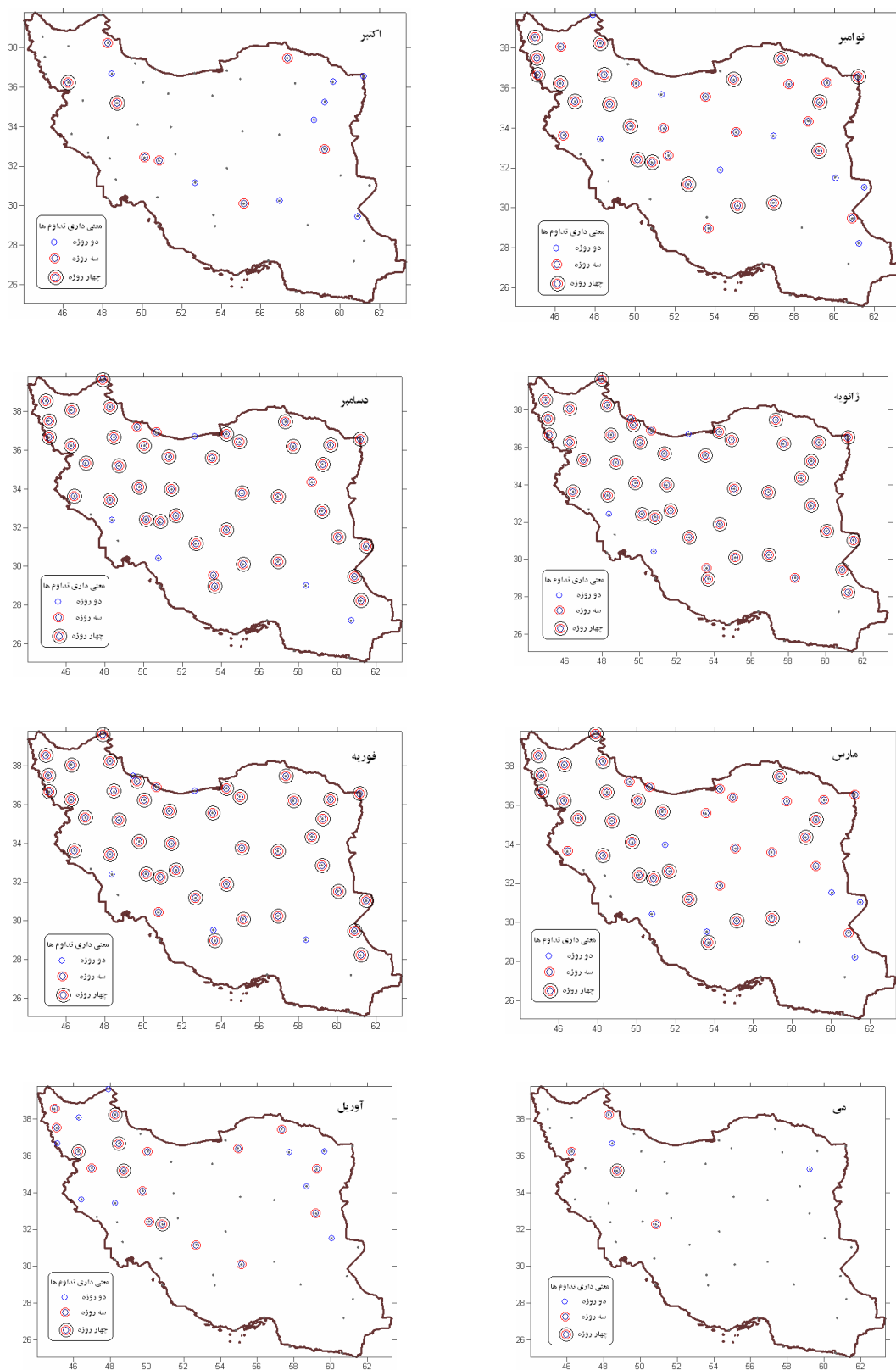
بعد از استخراج تداوم‌های مختلف و تشریح توزیع فضایی آنها، وابستگی روزهای یخبندان به یکدیگر با استفاده از آماره α مورد آزمون قرار گرفت. نتایج حاصل از این آزمون به دلیل حجم بسیار بالای آن، به اجبار در قالب نقشه‌هایی که به طور گویا معنی‌دار بودن وابستگی روزهای یخبندان به یکدیگر را نشان می‌دهد ارائه گردیده‌اند، که نتایج آن در شکل ۵ آورده شده است. در این نقشه‌ها وابستگی دو روز یخبندان پشت سر هم که با آزمون α تأیید شده باشند - یعنی مقادیر آنها بیشتر از مقادیر جدول، $3/84$ ، در سطح احتمالاتی $0/05$ با درجه آزادی ۱ بوده است - با \odot نشان داده شده‌اند. بدین ترتیب در این مورد می‌توان فرضیه صفر خود را، که توالی انتقالات مستقل از یکدیگر، رد کرد و نتیجه گرفت که انتقالات وقوع روزهای یخبندان به یکدیگر وابسته‌اند و ویژگی زنجیره مارکوف مرتبه اول را دارند؛ یعنی یخبندانی که امروزه به فرض مثال در ایستگاه سنندج اتفاق افتاده به شرایط اقلیمی دیروز آن وابسته است. همین آزمون برای تداوم‌های (انتقالات) دو و سه روزه نیز انجام گرفت. سپس ایستگاه‌هایی که با آزمون α تداوم سه روزه‌شان تأیید شده باشد با علامت \odot در نقشه‌ها نشان داده شد؛ و ایستگاه‌هایی که تداوم‌های چهار روزه آنها با هم تأیید شده باشند با علامت \odot نشان داده شده‌اند. لازم به اشاره است هنگامی که مثلاً تداوم چهار روزه‌ای با آزمون α تأیید شد، بدان معناست که دیگر تداوم‌های پایین‌تر از آن نیز مورد تأیید آماری قرار گرفته‌اند.

با مقایسه و روی هم قرار دادن نقشه‌های شکل ۵ با نقشه‌های شکل‌های ۲ و ۳ و ۴، مشاهده می‌شود که از لحاظ آماری در اکثر ایستگاه‌هایی که در آنها یخبندان‌هایی با تداوم‌های مختلف ثبت شده، وابستگی آماری آنها با آزمون آلفا تأیید گردیده است.

به منظور بررسی اینکه آیا ویژگی‌های زنجیره مارکوف وقوع روزهای یخبندان ایستا هستند یا نه (از نظر مدل زنجیره مارکوف سری زمانی موقعی ایستاست که احتمال تبدیلی در تمام دوره مورد مطالعه تقریباً یکسان باشد)، داده‌های روزانه یخبندان ۱۵ ساله هر ۵۸ ایستگاه به ۳ زیر دوره ۵ ساله تقسیم گردیدند و ماتریس فراوانی و ماتریس احتمالی انتقالات هر کدام از زیر دوره‌ها دوباره محاسبه شدند. مقادیر به دست آمده در مقایسه با مقدار «چی دو» حاصل از جدول یعنی $9/49$ در سطح احتمالاتی ۵ درصد مقایسه و ایستایی آنها تأیید گردید. لازم به ذکر است که فرض صفر ما عبارت بود از اینکه «روزهای یخبندان ایران ایستا هستند»؛ و فرض مقابل این خواهد بود که «روزهای یخبندان در ایران ایستا نیستند» و چون مقادیر به دست آمده برای β کمتر از مقدار جدول بوده است، لذا فرض مقابل رد و فرض صفر پذیرفته خواهد شد. آماره γ برای همگنی مکانی ویژگی‌های زنجیره مارکوف نیز در ۵۸ ایستگاه محاسبه و با مقدار جدول یعنی $139/9$ در سطح احتمالاتی ۵ درصد با درجه آزادی ۱۱۴ مقایسه و همگنی مکانی آنها تأیید گردید.



شکل ۴. توزیع فضایی تداوم‌های چهار روزه یخبندان در ایران، از ماه اکتبر تا ماه مه



شکل ۵. نتایج آزمون آلفا α برای وابستگی روزهای یخبندان به یکدیگر، در ایستگاه‌های مورد مطالعه

پس از اطمینان از اینکه روزهای یخبندان در ایران دارای ویژگی‌های زنجیره مارکوف هستند، در مرحله بعد از ضریب تداوم زنجیره مارکوف، که بیانگر میزان خودهمبستگی روزهای یخبندان به یکدیگر است، استفاده گردید. نتایج مثبت حاصل از این ضریب بدان معناست که احتمال اینکه یک روز یخبندان روز یخبندان دیگری را دنبال کند، بیشتر از آن است که روزی غیر یخبندان را در پی داشته باشد.

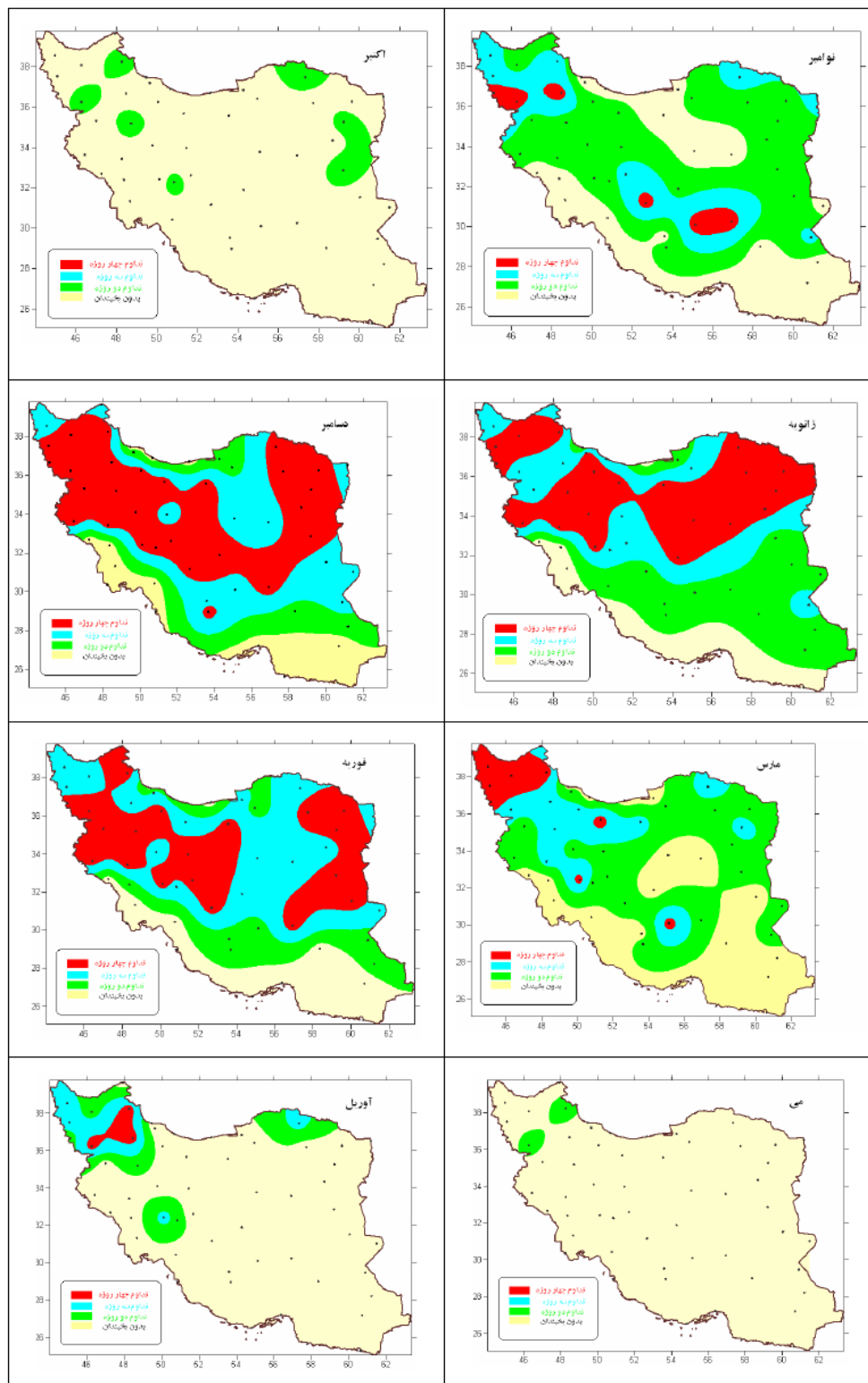
حال اگر سری زمانی مورد مطالعه خاصیت خودهمبستگی نداشته باشد، یعنی $\tau = P_{11} - P_{01} = 0$ باشد، در این صورت سری زمانی مورد مطالعه از قوانین حاکم بر احتمال شرطی خارج و سری زمانی، زنجیره‌ای از دسته‌های بینوم مستقل ($N=1$) خواهند بود. توزیع بینوم ($N=1$) می‌تواند به عنوان زنجیره مارکوف مرتبه صفر دو حالت نیز مورد بررسی قرار گیرد (جعفری بهی، ۱۳۷۸). همین قانون برای خودهمبستگی‌های منفی حاصل از سه معادله اشاره شده معتبر و جاری است.

اکنون می‌توان ایستگاه‌هایی را که تداوم یخبندان‌های آنها دارای ضریب خودهمبستگی مثبت است - یعنی یخبندان امروز با دیروز، دو روز قبل و روزهای قبلی وابستگی دارد - تعیین کرد.

شکل ۶ نقشه‌های نهایی توزیع فضایی تداوم روزهای یخبندان را نشان می‌دهد که دارای خودهمبستگی مثبت‌اند. در این نقشه‌ها پهنه‌هایی که با رنگ زرد روشن نشان داده شده‌اند پهنه‌های فاقد یخبندان بوده‌اند. پهنه‌های با رنگ سبز پهنه‌های دارای تداوم دو روزه، پهنه‌های آبی‌رنگ دارای تداوم سه روزه، و پهنه‌های قرمز دارای تداوم چهار روزه‌اند. به عبارت دیگر، پهنه‌هایی که مثلاً نشان‌دهنده تداوم چهار روزه هستند بدین معنی است که در آنها علاوه بر تداوم چهار روزه که دارای خودهمبستگی مثبت است، سایر تداوم‌ها همچون تداوم سه روزه و دو روزه نیز دارای خاصیت خودهمبستگی‌اند. اکنون با مقایسه نقشه‌های تهیه شده در شکل ۶ با نقشه‌های شکل‌های ۳ و ۴ و ۵ به خوبی می‌توان کارایی این مدل را در بررسی تداوم یخبندان‌ها، به خصوص یخبندان‌های جبهه‌ای که ماندگاری آنها در قیاس با انواع یخبندان‌های دیگر بیشتر است درک کرد. به علاوه، با توجه به اینکه ماندگاری سیستم‌های سینوپتیک از لحاظ زمانی در یک منطقه حداقل چندین روز به طول می‌انجامد، این مدل در پیش‌بینی تداوم یخبندان‌ها می‌تواند کارایی خود را به بهترین نحو ممکن نشان دهد.

یخبندان‌های رخ داده در دو ماه اکتبر و مه که به یخبندان‌های زودرس پاییزی و یخبندان‌های دیررس بهاری مشهورند، دارای اهمیت‌اند. براساس شکل ۶ مشاهده می‌شود که در این ماه‌ها حاکمیت با یخبندان‌های دارای تداوم دو روز و آن‌هم فقط در نقاط پراکنده، به خصوص در نقاط مرتفع در سطح کشور مشاهده می‌شود.

علت یخبندان‌های زودرس پاییزی ایران در ماه اکتبر، عامل سرمایش شبانه است که خود ناشی از سه عامل - عرض جغرافیایی بالا، ارتفاع زیاد و دوری از منابع رطوبتی - است. اما در مورد یخبندان‌های دیررس ماه‌های آوریل و مه که بیشتر آن ریشه در الگوهای سینوپتیکی دارد، ذکر شده است که اینها غالباً جابه‌جایی سیستم‌های فشار از عرض‌های بالاتر و گردش آنها برخلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت، یخبندان‌های شدید و فراگیر را به وجود می‌آورند. همچنین جابه‌جایی سیستم‌های فشار از عرض‌های پایین‌تر و گردش آنها در جهت حرکت عقربه‌های ساعت به یخبندان‌های ضعیف و نیمه فراگیر می‌انجامد (براتی، ۱۳۷۵).



شکل ۶. توزیع فضایی تداوم روزهای یخبندان دارای خودهمبستگی مثبت، از ماه اکتبر تا ماه مه

اما الگوهای سینوپتیکی یخبندان‌های شدید و فراگیر ایران در ماه‌های دسامبر، ژانویه، فوریه و مارس نشان می‌دهد که تیپ‌های هوای پرفشار اروپای شمالی، پرفشار سیبری و پرفشار اروپای شرقی بیشترین تأثیر را در وقوع این پدیده دارند (فتاحی و صالحی پاک، ۱۳۸۸؛ علیجانی و هوشیار، ۱۳۸۷). علاوه بر این نبایستی سرمایش تابشی سطح زمین را که از عوامل اصلی سرماهای شدید است فراموش کرد (علیجانی و هوشیار، ۱۳۸۷).

نتیجه‌گیری

در این مقاله ویژگی‌های زنجیره مارکوف وقوع روزهای یخبندان در گستره ایران زمین و تداوم‌های دو، سه و چهار روزه آنها مورد مطالعه قرار گرفت و مشاهده گردید وقوع روزهای یخبندان در گستره ایران زمین، به‌جز نواحی شمالی و جنوبی کشور که غالباً فاقد هرگونه یخبندانی هستند، ویژگی زنجیره مارکوف را دارند. به‌عبارت دیگر، تداوم روزهای یخبندان در ایران تصادفی نیست بلکه وقوع یک روز یخبندان به شرایط اقلیمی روزهای گذشته وابسته است.

وقوع یخبندان‌های دو ماه اکتبر و مه، که به یخبندان‌های زودرس پاییزی و یخبندان‌های دیررس بهاری مشهورند، ویژگی زنجیره مارکوف مرتبه اول دو حالت را دارند؛ یعنی وقوع یخبندان فقط به شرایط اقلیمی روز گذشته مرتبط است. به‌عبارت دیگر، حاکمیت با تداوم‌های دو روزه است. توزیع فضایی این نوع از تداوم‌ها در گستره ایران زمین در ماه اکتبر محدود به نواحی مرتفع غرب و شمال غرب و شمال شرق ایران است. در حالی که این نوع از تداوم در ماه مه فقط در نواحی مرتفع شمال غربی ایران مشاهده می‌شود (شکل ۶). دیگر ماه‌های مورد مطالعه - یعنی ماه‌های نوامبر، دسامبر، ژانویه، فوریه، مارس و آوریل - آنهایی هستند که به نسبت با تداوم‌های دو و سه و چهار روزه مواجه‌اند.

نتایج حاصل از انجام آزمون ایستایی بر روزهای یخبندان نشان داد که ویژگی زنجیره مارکوف وقوع روزهای یخبندان ایستا از زمان است؛ یعنی احتمالات آنها مستقل از زمان‌اند.

علت یخبندان‌های زودرس پاییزی ایران در ماه اکتبر را می‌توان عامل سرمایش شبانه و یخبندان‌های دیررس بهاره را عوامل سینوپتیکی دانست. الگوهای سینوپتیکی یخبندان‌های شدید و فراگیر ایران در ماه‌های دسامبر، ژانویه، فوریه و مارس نشان می‌دهد که تیپ‌های هوای پرفشار اروپای شمالی، پرفشار سیبری و پرفشار اروپای شرقی بیشترین تأثیر را در وقوع این پدیده دارند. با توجه به اینکه ماندگاری سیستم‌های سینوپتیک از لحاظ زمانی در یک منطقه حداقل چندین روز به طول می‌انجامد، این مدل در پیش‌بینی تداوم یخبندان‌ها می‌تواند کارایی خود را به بهترین نحو ممکن نشان دهد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که زنجیره مارکوف برای مطالعات تداوم روزهای یخبندان، مدل مناسبی است.

منابع

- Alijani, B., M. Hoshiar, 2007, **Recognition of Synoptic Patterns of Severe Colds of West North of Iran**, Physical Geography Research Quarterly, Vol. 65. pp.1-16.
- Alijani, B., Z. Jafarpur, and H. Ghaderi, 2005, **Precipitation Analysis and Prediction of Larestan Region using Markov Chain**, Quarterly geographical journal of Territory, 2(7).

- Alizadeh, A., 2004, **Principles of Applied Hydrology**, Emam Reza University Publication, Mashhad.
- Barati, G., 1996, **Designing and Forecasting the Patterns of Spring Frost Days in Iran**, Ph.D. Thesis of physical geography (climatology), Faculty of humanities sciences, Tarbiat Modarres University, p. 213.
- Barati, G., 1999, **System Relationships of Migratory High Pressures and Spring Frosts of Iran**, Geographical Research Quarterly, 14 (3 and 4), pp. 132-150.
- Behyar, M.B., 2003, **Investigation Reason Synoptic and Dynamic Freezing and Chilling in Charmahal & Bakhtiary Province**, Geographical Research Quarterly, 18 (2(69)), pp. 107-120.
- Boer, R., L.C. Campbell., and D.J. Fletcher, 1993, **Characteristics of Frost in a Major Wheat – growing Region of Australia**, Australian journal of agricultural research, Volume 44, Number 8, pp. 1731-1743.
- Caskey, J. E., 1963, **A Markov Chain Model for the Probability of Precipitation Occurrence in Intervals of Various Lengths**, Mon, Weather Rev., 101, pp. 281- 301.
- Chin, E., **Modeling Daily Precipitation Occurrence Process with Markov Chain**, Water. Resour. Res. 13(6), 1977.
- Dahale, S.D. et al., 1994, **Persistence in Rainfall Occurrence Over Tropical Southeast Asia and Equatorial Pacific**, Theoretical and applied climatology, Volume 49, pp. 27-39.
- Fatahi, I., and T. Salehi Pak., 2009, **A Synoptic Patterns Analysis of Winter Freezing in Iran**, Geography and development, 7(13), pp. 127-136.
- Ghader Marzi, H, 2005, **Analysis and Prediction of Climatic Fluctuations in Kurdistan Province using Markov Chain Model**, M.Sc. thesis of climatology, faculty of literature and humanities, Tarbiat Moallem University.
- Ghasemi, A., 2004, **Synoptic Assessment of Spring Widespread Frost in the West of Iran**, Modarres Human Sciences, 8(1(Tome 32)), pp. 99-116.
- Gorji Bahri, Y., and KH. Sagheb Talebi, 1992, **Late Cold Effect of 1987 on Beech Forests in Golband Region of Nooshaher**, Pajouhesh & Sazandegi Journal, 4(15), pp 18-21.
- Hashemi, F., 1969, **Statistical Analysis from Cold of Tehran**, Meteorological Organization of Iran, Tehran.
- Hejazizadeh, Z., and A. Shir Khani, 2005, **Analysis and Predict of Statistical Drought and Short Period Dry Spells in Khorasan Region**, Geographical Research Quarterly, 37(52), pp. 2-20.
- Hejazizadeh, Z., and M. H. Naserzadeh, 2005, **Calculation and Analysis of Frost Duration by Using Delphi Programming: A Case Study of Lorestan, Iran**, Geographical Research Quarterly, 20(1(76)). pp.139-150.
- Jafari Behi, Kh., 1999, **Statistical Analysis of Wet and Dry Periods of Rainfall in Several Climatic Sample of Iran using Markov Chain**, M.Sc. thesis of agricultural meteorology, Agriculture faculty, Tehran University.

- Javadi, Sh., 1971, **Agrometeorology, Cold and Heat Effect on Plants**, Tabriz University Publications, Tabriz, pp. 445-475.
- Kamali, GH., 2002, **Probability of Damaging Colds in Iran Agriculture Case Study of Tehran**, Geographical Research Quarterly, 16-17 (4-1(63-64)), pp. 149-165.
- Kamali, Gh., and F. Sahraeian, 2005, **Statistical Study of Spring and Fall Chilling and Freezing Occurrence in East Azerbaijan Province**, Journal of Agricultural sciences (university of Tabriz), 14 (4), pp. 197-209.
- Karimi Khajeh-Lengi, S., 2005, **Effect of Arctic Oscillation Index on Frost Occurrence in Iran (Case study: Shahre Kurd)**, M.Sc. thesis of climatology, geography and regional planning faculty, Sistan and Baluchestan University.
- Kaviani, M.R., S.H. Hossini Abari, and E. Asadi Broujeni, 2002, **Probability of Occurrence and Return Period of Minimal Temperature in Almond Orchards at Saman Region During March**, April and May, Journal of agricultural sciences and natural resources, 9(3), pp. 49-57.
- Khajeh Noori, A., 1989, **Hazardous Phenomenon of Frost in Agriculture and Prevention Method or its Probable Risk Decrease**, Soil and Water Journal, 5(2), pp. 110-129.
- Khalaji, M., 2001, **Estimation of Late Spring Cold and Early: Autumn Freezing for Some Crops in Charmahal and Bakhtiari Province**, Seed and plant, 17(2), pp. 126-139.
- Katz, R.W., 1977, **Precipitation as a Chain – dependent Process**, Journal of Applied Meteorology, Volume 16, pp. 671- 676.
- Madelin, M., and G. Beltrando, 2005, **Spatial Interpolation – Based Mapping of the Spring Frost Hazard in the Champagne Vineyards**, Meteorological applications, Volume 12, pp. 51-56.
- Martin-Vide, J. and Gomez, L., 1999, **Regionalization of Peninsular Spain based on the Length of Dry Spells**, Int. J. Climatol., 19.
- Moghadasi, F., 1982, **Estimation of Spring Cold Risk Probability in Hamedan**, Meteorological Organization Journal, Tehran, 100(51), pp. 22-31.
- Mojarad Ghareh Bagh, F., 1997, **Analysis and Prediction of Frost in Azerbaijan**, Ph.D. Thesis of physical geography (climatology), Faculty of humanities sciences, Tarbiat Modarres University, p. 186.
- Moon, S.E., Ryoo, S.B. and Kwon, J.G., 1994, **A Markov Chain Model for Daily Precipitation Occurrence in South Korea**, International Journal of climatology, Volume 14, pp. 1009-1016.
- Muller, G.V., M.N. Nunez., and M.E. Seluchi, 2000, **Relationship between ENSO Cycles and Frost Events within the Pampa Humeda Region**, International journal of climatology, Volume 20, Issue 13, pp. 1619-1637.
- Rahmati Sayeh, M., 1983, **Study of Minimum Temperature Occurrence Time in Iran**, Meteorological Organization Journal, Tehran, 100(65), pp. 1-12.

- Rosenberg, N.J., and R.E. Myers, 1962, **The Nature of Growing Season Frosts in and Along the Platte Valley of Nebraska**, Monthly weather review, Volume 90, Issue 11, pp. 471-476.
- Stern, R.D., 1982, **Computing a Probability Distribution for the Start of the Rains from a Markov Chain Model for Precipitation**, Journal of Applied Meteorology, Volume 21, pp. 420-423.
- Tait, A., and X. Zheng, 2003, **Mapping Frost Occurrence Using Satellite Data**, Journal of applied meteorology, Volume 42, Issue 2, pp. 193- 203.
- Taleshi, A., 2005, **Modeling of Annual Precipitation of Iran using Markov Chain Method**, M.Sc. thesis of climatology, Social and Humanities Sciences faculty, Tabriz University.
- Tavakoli, M., and M. Hosayni, 2006, **Studying and Determination the Freezing Indexes and its Beginning of Autumn Freezing in Iran (Case Study Ekbatan Station)**, NIVAR journal, No. 60 and 61, pp. 31-41.
- Thom, H.C.S., and R.H. Shaw, 1958, **Climatological Analysis of Freeze Data for Iowa**, Monthly weather review, Volume 86, Issue 7, pp. 251-257.
- Watkins, C., 1991, **The Annual Period of Freezing Temperatures in Central England: 1850-1989**, International journal of climatology, Volume 11, Issue 8, pp. 889-896.
- Waylen, P.R., 1988, **Statistical Analysis of Freezing Temperatures in Central and Southern Florida**, Journal of climatology, Volume 8, pp. 607-628.