

## شبیه‌سازی وقوع بارندگی در ایستگاه سینوپتیک قزوین با استفاده از مدل‌های احتمالاتی

بهنام آبابایی\* - دانشجوی دکترای مهندسی کشاورزی (آبیاری و زهکشی)، دانشکده‌ی مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران  
تیمور سهرابی - استاد گروه آبیاری و آبادانی، دانشکده‌ی مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران  
فرهاد میرزایی - استادیار گروه آبیاری و آبادانی، دانشکده‌ی مهندسی و فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران

پذیرش مقاله: ۱۳۹۰/۰۱/۳۱      تأیید نهایی: ۱۳۹۱/۰۳/۰۹

### چکیده

شبیه‌سازی وقوع بارندگی، به‌ویژه برای بازتولید اطلاعات مفقود شده و مدیریت منابع آب، فرایندی سودمند است. در این مطالعه، ارزیابی عملکرد مدل‌های احتمالاتی مختلف در شبیه‌سازی توزیع دوره‌های خشک و مرطوب ایستگاه سینوپتیک قزوین به چهار روش انجام گرفت: (۱) برازش بهترین مدل بر اطلاعات هر ماه؛ (۲) برازش توزیع هندسی بر اطلاعات هر ماه؛ (۳) برازش بهترین مدل بر اطلاعات سه‌ماهه و (۴) برازش بهترین مدل بر اطلاعات فصلی. نتایج این مطالعه نشان داد که در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، مدل‌های سه‌پارامتری (به‌ویژه ترکیب دو توزیع هندسی و ترکیب توزیع هندسی و پواسون) در مقابل مدل‌های یک پارامتری و دو پارامتری، به‌عنوان بهترین مدل انتخاب شدند. این مسأله، نشان از عملکرد بهتر این مدل‌ها در شبیه‌سازی سری‌هایی با دوره‌های طولانی‌تر دارد؛ زیرا در شبیه‌سازی سری طول دوره‌های مرطوب - که شامل دوره‌های کوتاه‌تری است - مدل‌های یک پارامتری در بیشتر ماه‌های سال، به‌عنوان مدل‌های برتر انتخاب شدند. خطای تمامی روش‌ها (MAE و RMSE) در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب با آغاز دوره‌ی خشک، افزایش یافته و با آغاز دوره‌ی مرطوب، رو به کاهش می‌روند. این مسأله در مورد دوره‌های خشک نیز صادق است، به‌گونه‌ای که خطای تمامی روش‌ها در دوره‌ی مرطوب سال، بیشتر است. همچنین در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، عملکرد روش‌های اول و دوم (ماهانه) در حفظ آماره‌های سری مشاهداتی بهتر از روش‌های دیگر بوده، اما در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب، روش‌های سوم (دوره‌های سه‌ماهه) و چهارم (فصلی) عملکرد بهتری داشتند. در شبیه‌سازی احتمال انتقال از یک روز خشک، روش اول و در شبیه‌سازی احتمال انتقال از یک روز مرطوب، روش سوم بهترین نتایج را ارائه دادند.

کلیدواژه‌ها: وقوع بارندگی، مدل‌های احتمالاتی، دوره‌های خشک، دوره‌های مرطوب، ایستگاه سینوپتیک قزوین.

## مقدمه

مدل‌های بازتولید دنباله‌های متغیرهای هواشناسی مشاهداتی، به‌طور معمول در طرح‌های مهندسی آب، کشاورزی، اکوسیستم و شبیه‌سازی تغییر اقلیم مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ زیرا اطلاعات هواشناسی مشاهداتی بیشتر به دلیل مدّت، کامل بودن یا پوشش مکانی از کاستی‌هایی برخوردارند. این مدل‌های آماری، به‌طور معمول با نام مولّد اقلیمی<sup>۱</sup> شناخته می‌شوند؛ زیرا می‌توانند اطلاعات مفقود شده را جایگزین کرده و با شبیه‌سازی ویژگی‌های مهمّ سری‌های مشاهداتی (مانند متوسط روزانه، واریانس و کوواریانس روزانه، فراوانی‌ها و رویدادهای حدّی و ...)، سری‌های زمانی بلندمدتی تولید کنند. شبیه‌سازهای اطلاعات اقلیمی روزانه، معمول‌ترین نوع کاربرد این مدل‌ها هستند؛ زیرا هم اطلاعات روزانه‌ی گسترده‌ای در اختیار دارند و هم مدل‌هایی که از این اطلاعات استفاده کنند، فراوان هستند. تا به امروز، بیشتر مولّدهای اقلیمی به‌عنوان عامل اصلی مؤثر بر بسیاری از فرایندهای زیست‌محیطی و نیز، به دلیل پیچیدگی مدل‌های چندمتغیره از نظر سازگاری درونی متغیرها، به‌طور عمده توجه خود را بر فرایند بارندگی متمرکز کرده‌اند (هاچینسون، ۱۹۹۵: ۲۳۸)؛ با وجود این، الگوریتم‌های تکمیلی که متغیرهای دیگر هواشناسی را نیز شبیه‌سازی می‌کنند، مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ ولی بیشتر توجه و تلاش در رابطه با این مدل‌ها، به فرایندهای بارش معطوف بوده است. وقوع یا عدم وقوع بارش، آماره‌های بسیاری از متغیرهای دیگر هواشناسی را نیز تحت تأثیر قرار می‌دهد. اطلاعات بارش، ویژگی‌های خاصی از خود نشان می‌دهند که ساختار مدل‌های شبیه‌سازی شده‌ی آن را پیچیده‌تر می‌کنند. افزون بر نشان دادن همبستگی بین مقادیر متوالی بارندگی - که برای تمامی متغیرهای هواشناسی امری معمول است - بارندگی، به‌عنوان یک متغیر پیوسته و ناپیوسته، دارای ویژگی‌های خاصی است. به این معنا که بارش در بسیاری از مواقع مقدار صفر دارد و بنابراین، در توزیع احتمال بارش ناپیوستگی بین مقادیر صفر و مقادیر غیرصفر ایجاد می‌شود.

در این مطالعه، مدل‌های احتمالاتی به‌عنوان یکی از روش‌های شبیه‌سازی فرایند وقوع بارش، مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. این مطالعه، بخشی از مطالعه‌ی جامعی است که در انتها به انتخاب بهترین روش شبیه‌سازی سری وقوع بارش در منطقه‌ی قزوین منجر می‌شود. فرایندی که در مطالعه‌ی اثر تغییر اقلیم بر عملکرد و نیاز آبی محصولات کشاورزی منطقه، اهمّیت ویژه‌ای دارد. محاسبه‌های انجام گرفته در این مطالعه، در محیط برنامه‌نویسی MATLAB انجام گرفته‌اند.

## شبیه‌سازی وقوع بارش

گمان می‌رود که نخستین کار علمی در رابطه با شبیه‌سازی احتمالاتی فرایند وقوع بارش، مربوط به سال ۱۸۵۲ به‌دست فردی به‌نام کوتلت و برای دوره‌ی ۱۸۳۳ تا ۱۸۵۰ در شهر بروکسل بوده است (کنز، ۱۹۸۱: ۲۴۵). وی به این نتیجه رسید که سری‌های روزهای خشک و مرطوب دارای خودهمبستگی هستند. ویلیامز (۱۹۵۲: ۵۱۵) برای مدل کردن طول

دوره‌های (سری‌های) روزهای خشک و مرطوب<sup>۱</sup> (یعنی مدت توالی روزهای خشک و مرطوب)، از سری‌های هندسی<sup>۲</sup> استفاده کرد. در مطالعه‌ی وی، بزرگتر بودن احتمال وقوع دوره‌های خشک طولانی به‌روشنی مشخص شد. لانگلی (۱۹۵۳: ۵۲۰) برای برازش بهتر سری‌های هندسی در پنج منطقه از کشور کانادا، برای ماه‌های مختلف از سری‌های متفاوتی استفاده کرد.

هنگامی که باید در بین مدل‌های مختلف با پیچیدگی‌های متنوع، یک مدل انتخاب شود، لازم است این داوری براساس اطلاعات موجود انجام گیرد که تا چه میزان نیاز است که مدل انتخابی پیچیده شود. گابریل و نیومن (۱۹۶۲: ۸۸) مدل مارکوف مرتبه‌ی ۱ را در شهر تالابو با ساده‌ترین مدل پس از آن، یعنی مدل برنولی (یا دو جمله‌ای یا مدل مارکوف مرتبه‌ی صفر) با استفاده از آزمون نکویی برازش مربع کای مورد مقایسه قرار دادند. اگرچه این روش، روش منطقی و قابل قبولی برای مقایسه‌ی دو روش متفاوت است، اما اگر تعداد مواردی که باید مقایسه شوند بیشتر از دو مورد باشند، ممکن است این آزمون‌ها نتایج مبهمی ایجاد کنند.

روش معمول در چنین شرایطی، استفاده از معیارهای انتخاب مرتبه‌ی مدل، مانند معیار AIC<sup>۳</sup> (آکاییک، ۱۹۷۴: ۷۱۶) یا معیار اطلاعات بیزین (BIC)<sup>۴</sup> (شوارتز، ۱۹۷۸: ۴۶۱) است. هر دو معیار، معیارهایی براساس حداکثر درست‌نمایی<sup>۵</sup> هستند که در آنها پس از اعمال یک جریمه که با افزایش تعداد پارامترهای آزاد هر مدل افزایش می‌یابد، مدلی با بزرگترین مقدار حداکثر درست‌نمایی انتخاب می‌شود (تابع درست‌نمایی از نظر ظاهر، مشابه تابع توزیع احتمال یا تابع چگالی احتمال مربوطه است. با این تفاوت که در آن، داده‌ها ثابت فرض می‌شوند، در حالی که پارامترهای توزیع به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که میزان درست‌نمایی، بیشینه شود). معیارهای AIC و BIC تنها در شکل تابع جریمه<sup>۶</sup> با یکدیگر تفاوت دارند. گیتز و تانگ (۱۹۷۶: ۱۱۴۵) نتیجه‌گیری کردند که مدل مارکوف با مرتبه‌ی حداقل ۲ براساس معیار AIC برای ایستگاه تالابو مناسب است. با وجود این، کتز (۱۹۸۱: ۲۴۳) بیان می‌کند که برای همین اطلاعات، براساس معیار BIC، مدل مارکوف مرتبه‌ی اول کافی است (معیار BIC به‌طور متوسط برای نمونه‌های بزرگ نتایج صحیح می‌دهد).

### شبیه‌سازی وقوع بارندگی با استفاده از مدل‌های تکرار متناوب: کاربرد مدل‌های احتمالاتی

یکی دیگر از روش‌هایی که می‌تواند برای شبیه‌سازی فرایند وقوع بارش مورد استفاده قرار گیرد، استفاده از مدل‌های طول دوره<sup>۷</sup> است. در این مدل‌ها به‌جای شبیه‌سازی وقوع یا عدم وقوع بارش به‌صورت روزبه‌روز، توزیع احتمال بر فراوانی‌های نسبی طول دوره‌های خشک و مرطوب برازش داده می‌شود. گاهی این مدل‌ها فرایند تکرار متناوب (ARP)<sup>۸</sup> نیز نامیده می‌شوند (بویشانند، ۱۹۷۸: ۲۹۶؛ رولدان و وولیزر، ۱۹۸۲: ۱۴۵۱)؛ زیرا در آنها اعداد تصادفی به‌طور متناوب از

1. Wet and Dry Spell Length
2. Geometric Series
3. Akaike Information Criterion (AIC)
4. Basean Information Criterion (BIC)
5. Maximum Likelihood
6. Penalty Function
7. Spell-length Model
8. Alternating Renewal Process (ARP)

توزیع‌های طول دوره‌های خشک و مرطوب تولید می‌شوند. بنابراین، یک طول دوره‌ی جدید  $L$  تنها زمانی تولید می‌شود که دوره‌ی قبلی به پایان رسیده باشد و در این نقطه، یک دوره‌ی جدید از نوع مخالف شبیه‌سازی می‌شود. البته مشخص است که اگر از توزیع هندسی برای مدل‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب استفاده شود، سری مصنوعی به دست آمده ویژگی‌هایی مانند مدل مارکوف مرتبه‌ی ۱ خواهد داشت. مدل‌های زنجیره‌ی مارکوف مرتبه‌ی بالاتر، به نوبه‌ی خود به شکل‌های تعمیم‌یافته‌ی توزیع هندسی وابسته هستند. برای شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب، از توزیع‌های متفاوتی استفاده شده است. برای نمونه، توزیع دوجمله‌ای منفی ناقص<sup>۱</sup> (بوشاند، ۱۹۷۸؛ رولدان و وولیزر، ۱۹۸۲)، توزیع دوجمله‌ای منفی<sup>۲</sup> (ویلی و همکاران، ۱۹۹۸؛ ویلکس، ۱۹۹۹) و توزیع هندسی مرکب<sup>۳</sup> (راکسکو و همکاران، ۱۹۹۱). در اقلیم‌هایی که مدل‌های مارکوف مرتبه‌ی ۱ به دوره‌های خشک طولانی با فراوانی‌های کمتر از مقدار واقعی منجر می‌شوند، استفاده از توزیع‌های پیچیده‌تر، مانند توزیع‌های اخیر، می‌تواند نتایج واقعی‌تری ارائه دهد (بوشاند، ۱۹۷۸؛ راکسکو و همکاران، ۱۹۹۱؛ ویلکس، ۱۹۹۹). با وجود این، در مناطق خشک یا در جایی که اطلاعات کمتر از ۲۵ سال در اختیار قرار دارد، ممکن است پارامترهای این توزیع‌ها به خوبی برآورد نشوند (رولدان و وولیزر، ۱۹۸۲).

وقوع یا عدم وقوع بارندگی روزانه را می‌توان به شکل سری‌های دو - دویی (صفر و یک) نمایش داد. دوام هر یک از این دو حالت (طول دوره‌های خشک یا مرطوب در یک سری بارندگی) را می‌توان با استفاده از دو توزیع احتمال جداگانه شبیه‌سازی کرد. فرایند تکرار متناوب (ARP) به فرایندی اشاره دارد که طی آن، طول دوره‌های متوالی خشک و مرطوب از این دو توزیع احتمال، به طور پیاپی نمونه‌گیری<sup>۴</sup> می‌شوند.

تحلیل توزیع مکانی و زمانی طول دوره‌های خشک و مرطوب، همواره جزء موضوع‌های مورد علاقه‌ی پژوهشگران بوده است (چپمن، ۱۹۹۷؛ ویلکس، ۱۹۹۹؛ دویی و انتوچ و همکاران، ۲۰۰۰؛ آناگنوستوپولو و همکاران، ۲۰۰۳؛ تولیکا و ماهراس، ۲۰۰۵؛ دنی و جیمین، ۲۰۰۹a، ۲۰۰۹b، ۲۰۰۸a، ۲۰۰۸b؛ دنی و همکاران، ۲۰۰۹a، ۲۰۰۹b، ۲۰۰۸a، ۲۰۰۸b؛ آبابایی و همکاران، ۲۰۱۰). همچنین، مطالعات بسیاری روی طول دوره‌های طولانی خشکی انجام گرفته‌اند که بحث مفصلی از آنها در مراجع ویسنته سرانو و بوگریا پرتوگوئز (۲۰۰۳) و لانا و همکاران (۲۰۰۶a، ۲۰۰۶b) موجود است. افزون‌براین، مطالعاتی در رابطه با تعیین بهترین مدل برای شبیه‌سازی جنبه‌های دیگری از توزیع بارش در مالزی انجام شده است، از جمله مطالعه روی توزیع مقدار و حداکثر سالانه‌ی بارش از سوی زالینا و همکاران (۲۰۰۲)، ون‌زین و همکاران (۲۰۰۹) و سهیلا و جیمین (۲۰۰۹a، ۲۰۰۷b).

چندین مدل احتمالاتی<sup>۵</sup> برای تشریح توزیع طول دوره‌های خشک و مرطوب پیشنهاد شده‌اند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل‌های یک پارامتری توزیع سری لگاریتمی<sup>۶</sup> (LSD) (ویلیامز، ۱۹۵۲) و توزیع هندسی<sup>۷</sup> (GD) (گابریل و

1. Truncated Negative Binomial Distribution
2. Negative Binomial Distribution
3. Mixed Geometric Distribution
4. Iteratively sampling
5. Probability models
6. Log Series Distribution (LSD)
7. Geometric Distribution (GD)

نیومن، ۱۹۵۷) اشاره کرد. افزون بر این مدل‌ها، ترکیب توزیع‌های مختلف نیز در برخی مطالعات مورد توجه قرار گرفته است. برای نمونه، ترکیب دو توزیع هندسی<sup>۱</sup> (MGD) (راکسکو و همکاران، ۱۹۹۱؛ دنی و جیمین، ۲۰۰۸) و ترکیب توزیع هندسی و توزیع پواسون<sup>۲</sup> (MGPD) (دوبی‌وانتوچ و همکاران، ۲۰۰۰). مدل‌های دیگر مورد استفاده برای شبیه‌سازی سری روزهای خشک و مرطوب عبارت‌اند از: ترکیب توزیع سری لگاریتمی و توزیع پواسون<sup>۳</sup> (MLPD)، ترکیب توزیع سری لگاریتمی و توزیع ناقص پواسون<sup>۴</sup> (MLTPD)، ترکیب توزیع هندسی و توزیع ناقص پواسون<sup>۵</sup> (MGTPD)، ترکیب دو توزیع سری لگاریتمی<sup>۶</sup> (MLSD) و ترکیب مدل‌های توزیع سری لگاریتمی و توزیع هندسی (MLGD) (دنی و همکاران، ۲۰۰۹a و ۲۰۰۹b).

ویلیامز (۱۹۵۲، ۵۱۵) نشان داده است که سری روزهای خشک (مرطوب) ویژگی مشخصی دارد، به این ترتیب که هرچه این سری طولانی‌تر باشد، احتمال ادامه یافتن آن برای یک روز دیگر بیشتر می‌شود. با توجه به نتایج راکسکو و همکاران (۱۹۹۱) و دنی و همکاران (۲۰۰۹b: ۲۹۹) استفاده از ترکیب دو توزیع سری لگاریتمی (MLSD) را برای تشریح توزیع احتمالاتی طول دوره‌های خشک و مرطوب پیشنهاد کردند. آنها با مطالعه روی نه مدل مختلف نتیجه گرفتند که مدل (MGTPD) در مقایسه با مدل (MGPD) در شبیه‌سازی وقوع بارش کارایی مناسب‌تری دارد. همچنین مدل (MLGD) را در مقایسه با مدل‌های یک پارامتری موجود، دارای عملکرد بهتری تشخیص دادند. سرنیواسان (۱۹۵۸: ۳۲۱) نیز، استفاده از ترکیب توزیع‌های سری لگاریتمی و هندسی را به‌عنوان گزینه‌ای دیگر پیشنهاد کرده است. هرچند که تعیین مقدار پارامترهای این مدل، نیازمند حل یک معادله‌ی درجه‌ی دوم است و در برخی موارد، امکان تعیین مقدار واقعی این پارامترها، به دلیل وجود یک ترم غیرحقیقی در تابع درجه‌ی دو، وجود ندارد (دنی و همکاران، ۲۰۰۹b، ۲۹۲)، به همین دلیل مدل دیگری با نام (MLGD) پیشنهاد شد که ترکیبی از مدل‌های توزیع سری لگاریتمی (LSD) و توزیع هندسی (GD) است. به این ترتیب، پیچیدگی موجود در تعیین مقدار واقعی پارامترهای مدل کاهش می‌یابد. از آنجایی که مدل‌های LSD و PD برای شبیه‌سازی سری طول دوره‌های خشک مناسب تشخیص داده شده‌اند (دنی و همکاران، ۲۰۰۸a: ۱۶۳؛ ۲۰۰۹b: ۱۰۹)، منطقی به نظر می‌رسد که امکان استفاده از ترکیب این دو مدل نیز مورد مطالعه قرار گیرد. لانا و بارجینو (۱۹۹۸، ۱۱۹) گزارش کرده‌اند که توزیع پواسون برای شبیه‌سازی سری‌های طولانی مدل روزهای خشک (۲۲ تا ۵۰ روز) دو مزیت عمده دارد. نخست اینکه، این مدل می‌تواند احتمال وقوع و دوره‌ی بازگشت دوره‌های طولانی‌مدت را به خوبی شبیه‌سازی کند. دوم اینکه، امکان برآورد احتمال وقوع تعداد ثابت و مشخصی دوره‌ی خشکی، در تعداد مشخصی سال وجود دارد.

1. Mixed two Geometric Models (MGD)
2. Mixed Geometric Poisson Distribution (MGPD)
3. Mixed Log Series Poisson Distribution (MLPD)
4. Mixed log series with Truncated Poisson Distribution (MLTPD)
5. Mixed Geometric with Truncated Poisson Distribution (MGTPD)
6. Mixed two Log Series Distribution (MLSD)

## مواد و روش‌ها

هرچند مطالعات بسیاری در رابطه با ارزیابی عملکرد مدل‌های احتمالاتی مختلف در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب انجام شده‌اند، اما این مطالعات به‌طور معمول تغییرات فصلی این سری‌ها را در نظر نگرفته‌اند (دنی و همکاران، ۲۰۱۰). بنابراین، شاید بهتر باشد که بهترین مدل احتمالاتی برای شبیه‌سازی طول این دوره‌ها با در نظر گرفتن فصول طبیعی در هر کشوری انتخاب شوند.

در این مطالعه برازش مدل‌های مختلف به چهار روش انجام شده است:

- (۱) برازش بهترین مدل بر اطلاعات هر ماه؛
- (۲) برازش توزیع هندسی بر اطلاعات هر ماه؛
- (۳) برازش بهترین مدل بر اطلاعات سه‌ماهه؛
- (۴) برازش بهترین مدل بر اطلاعات فصلی.

در روش دوم، اطلاعات مربوط به ۱۲ دوره‌ی سه‌ماهه از دوره‌ی دسامبر - ژانویه - فوریه تا دوره‌ی سه‌ماهه‌ی اکتبر - نوامبر - دسامبر مورد استفاده قرار گرفته است. در روش سوم، اطلاعات هریک از فصول بهار، تابستان، پاییز و زمستان برای برازش مدل‌های مختلف به‌کار رفته است. در این دو روش، اطلاعات مربوط به هر ماه، در دوره‌ی سه‌ماهه یا فصلی استفاده شده‌اند که آن ماه به آن دوره یا فصل تعلق دارد. عملکرد روش‌های فوق در شبیه‌سازی سری وقوع بارندگی در ایستگاه سینوپتیک قزوین (۲۰۰۸-۱۹۵۹) تحلیل شده‌اند. این مطالعه، بخشی از مطالعه‌ی جامعی است که با هدف ارزیابی راهکارهای مدیریتی در سازگاری با تغییر اقلیم در شبکه‌ی آبیاری و زهکشی قزوین تدوین شده و دلیل انتخاب ایستگاه سینوپتیک قزوین، قرار گرفتن آن در مرکز شبکه و داشتن طولانی‌ترین دوره‌ی آماری (به‌عنوان ایستگاه معرف منطقه) است. نواقص بسیار جزئی در اطلاعات روزانه‌ی این ایستگاه (کمتر از ۱٪ داده‌ها) با استفاده از مدل مارکوف مرتبه‌ی ۱ از میان برداشته شد.

## برآورد پارامترها و انتخاب بهترین مدل

جدول شماره‌ی ۱، توابع احتمال هر یک از مدل‌های احتمالاتی مورد بحث و یک مرجع در ارتباط با کاربرد هر مدل را نشان می‌دهد. در این مطالعه، بخش نخست مدل‌های ترکیبی، به‌عنوان مدل اول و بخش دوم به‌عنوان مدل دوم نامیده می‌شوند. پارامترهای  $P_1$  و  $P_2$  بین دو مقدار صفر و یک تغییر می‌کنند. در مدل‌های ترکیبی،  $W$  وزن مدل اول نسبت به وزن مدل دوم ( $1-W$ ) را مشخص می‌کند. این عامل، نشان‌دهنده‌ی فراوانی دوره‌های خشک (مرطوب) کوتاه، نسبت به مجموع فراوانی طول دوره‌های کوتاه و طولانی است. پارامترهای  $P_1$  و  $P_2$  نشان‌دهنده‌ی معکوس میانگین طول دوره‌های کوتاه و پارامتر  $P_2$  نشان‌دهنده‌ی معکوس میانگین طول دوره‌های طولانی است. مدل یک پارامتری پواسون (POIS) و مدل دوپارامتری دوجمله‌ای منفی (NBINO) نیز برای مقایسه‌ی بیشتر، تحلیل شده‌اند.

جدول ۱. مدل‌های احتمالاتی مورد مطالعه

نام مدل	تابع احتمال	مرجع
رابطه‌ی (۱) GD	$Pr(X = x) = P(1 - P)^{x-1} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Williams (1952)
رابطه‌ی (۲) LSD	$Pr(X = x) = \frac{P^x}{x \log(1 - P)} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Williams (1952)
رابطه‌ی (۳) MGD	$Pr(X = x) = WP_1(1 - P_1)^{x-1} + (1 - W)P_2(1 - P_2)^{x-1} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Jemain (2008)
رابطه‌ی (۴) MGPD	$Pr(X = x) = WP_1(1 - P_1)^{x-1} + (1 - W) \frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Dobi-Wantuch et al. (2000)
رابطه‌ی (۵) MGTPD	$Pr(X = x) = WP_1(1 - P_1)^{x-1} + (1 - W) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!(1 - e^{-\lambda})} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Deni et al. (2009a,b)
رابطه‌ی (۶) MLSD	$Pr(X = x) = -W \frac{P_1^x}{x \log(1 - P_1)} - (1 - W) \frac{P_2^x}{x \log(1 - P_2)} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Deni et al. (2009a,b)
رابطه‌ی (۷) MLGD	$Pr(X = x) = -W \frac{P_1^x}{x \log(1 - P_1)} + (1 - W)P_2(1 - P_2)^{x-1} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Deni et al. (2009a,b)
رابطه‌ی (۸) MLPD	$Pr(X = x) = -W \frac{P^x}{x \log(1 - P)} + (1 - W) \frac{\lambda^{x-1} e^{-\lambda}}{(x-1)!} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Deni et al. (2009a,b)
رابطه‌ی (۹) MLTPD	$Pr(X = x) = -W \frac{P^x}{x \log(1 - P)} + (1 - W) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!(1 - e^{-\lambda})} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Deni et al. (2009a,b)
رابطه‌ی (۱۰) NBINO	$Pr(X = x) = \frac{\Gamma(\lambda + x)}{\Gamma(\lambda)\Gamma(x+1)} P^\lambda (1 - P)^x \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	---
رابطه‌ی (۱۱) POIS	$Pr(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots$	Lana and Burgueno (1998)

مقدار هریک از این پارامترها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی<sup>۱</sup> برآورد می‌شود. حداکثر درست‌نمایی با به‌کارگیری یک روش برنامه‌ریزی SQP<sup>۲</sup> در ترکیب با روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک<sup>۳</sup> (GA) محاسبه می‌شود. به این ترتیب که پس از هر بار اجرای الگوریتم SQP، یک بار الگوریتم GA به‌اجرا درمی‌آید تا از دستیابی به بهینه‌ی مطلق اطمینان حاصل شود. در روش برنامه‌ریزی SQP، در هر تکرار یک زیرمسئله‌ی برنامه‌ریزی درجه دوم<sup>۴</sup> (QP) حل

1. Maximum Likelihood (ML)  
 2. Sequential Quadratic Programming  
 3. Genetic Algorithm  
 4. Quadratic Programming

می‌شود (فلچر و پاول، ۱۹۶۳: ۱۶۴؛ گولدفارب، ۱۹۷۰: ۲۳). مقدار اولیه‌ی پارامترها در فرایند بهینه‌سازی، براساس تعریف ارائه‌شده برای هر یک از آنها و از روی اطلاعات مشاهداتی تعیین می‌شود. عملکرد مدل‌های مورد مطالعه با استفاده شاخص AIC مورد مقایسه قرار می‌گیرد:

$$AIC = -2(\log \text{likelihood} \Pr(X = x)) + 2k$$

که در آن  $\Pr(X = x)$  نشان‌دهنده‌ی تابع احتمال و  $k$  نشان‌دهنده‌ی تعداد پارامترهای تابع هستند. انتخاب بهترین مدل برای شبیه‌سازی وقوع بارش، براساس حداقل مقدار این شاخص انجام می‌شود.

## یافته‌های تحقیق

### خلاصه‌ی ویژگی‌های طول دوره‌های خشک و مرطوب

جدول شماره‌ی ۲ چکیده‌ای از ویژگی‌های مربوط به طول دوره‌های خشک و مرطوب را برای تمامی ماه‌های سال نمایش می‌دهد. آماره‌های این جدول عبارت‌اند از: میانگین (Mean)، انحراف استاندارد (SD) و حداکثر (Max) طول دوره‌ی خشک (یا مرطوب) و احتمال وقوع روز خشک (Pd) (یا مرطوب، Pw). متوسط طول دوره‌های خشک و مرطوب بین ۴/۹۹ تا ۵۱/۸۱ و ۱/۲ تا ۱/۹۳ روز متغیر است. همچنین، انحراف استاندارد طول دوره‌های خشک بین ۴/۶۱ و ۴۰/۵۵ روز و برای طول دوره‌های مرطوب بین ۰/۴۱ و ۱/۴ روز است.

جدول ۲. ویژگی‌های آماری طول دوره‌های خشک و مرطوب (مشاهداتی) در ایستگاه قزوین

ماه	دوره‌های خشک			دوره‌های مرطوب			
	Mean	SD	Max	Pd	Mean	SD	Max
۱	۵/۹۵	۵/۳۱	۳۴	۰/۷۸	۱/۷۲	۰/۹۸	۶
۲	۵/۲۱	۴/۶۱	۲۶	۰/۷۷	۱/۶۷	۰/۹۶	۷
۳	۴/۹۹	۴/۸۶	۳۲	۰/۷۳	۱/۷۷	۱/۱۱	۷
۴	۴/۹۹	۵/۸۳	۵۷	۰/۷۳	۱/۸۴	۱/۰۶	۶
۵	۱۳/۵۹	۲۹/۰۵	۱۸۹	۰/۷۹	۱/۷۵	۱/۱۴	۷
۶	۳۵/۱۹	۴۰/۵۵	۱۶۷	۰/۹۵	۱/۳۲	۰/۷۰	۴
۷	۵۱/۸۱	۳۷/۷۵	۱۱۴	۰/۹۷	۱/۳۱	۰/۶۴	۳
۸	۴۲/۴۰	۲۶/۶۰	۸۹	۰/۹۸	۱/۲۰	۰/۴۱	۲
۹	۲۲/۸۵	۲۱/۲۹	۷۳	۰/۹۸	۱/۴۴	۰/۶۲	۳
۱۰	۷/۹۸	۹/۸۰	۴۶	۰/۸۸	۱/۶۸	۰/۹۶	۵
۱۱	۷/۳۹	۷/۵۶	۳۴	۰/۸۲	۱/۹۳	۱/۴۰	۹
۱۲	۵/۹۱	۵/۰۲	۲۷	۰/۷۸	۱/۷۱	۱/۱۵	۸



## انتخاب بهترین مدل برای شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب

عملکرد مدل‌های مورد مطالعه براساس معیار AIC و برای تمام روش‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. جداول شماره‌ی ۳ تا ۵ نتایج مربوط به بهترین مدل‌ها برای هر دو نوع دوره را نمایش می‌دهند. براساس مقادیر این جدول، در روش برازش مدل‌ها برای هر یک از ماه‌ها به‌صورت جداگانه (روش اول) و روش برازش مدل‌ها بر دوره‌های سه‌ماهه (روش سوم)، در ۹ ماه از ۱۲ ماه سال، مدل‌های یک پارامتری در بین بهترین مدل‌ها (با حداقل مقدار AIC) برای شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک قرار ندارند. یافته‌های دنی و همکاران (۲۰۰۹: ۲۹۶) در مالزی نیز مؤید این مسأله است. این تعداد در مورد طول دوره‌های مرطوب به‌ترتیب، به ۵ و ۷ ماه از سال کاهش می‌یابد. در روش برازش فصلی (روش چهارم) نیز مقدار AIC مدل‌های یک پارامتری، در ۳ فصل (طول دوره‌های خشک) و ۲ فصل (طول دوره‌های مرطوب) از سال بیشتر از مقدار AIC مدل‌های سه پارامتری بوده است. از دیدگاه مقدار AIC در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، در بین مدل‌های سه پارامتری، مدل‌های MGD و MGPD بیش از مدل‌های دیگر در میان بهترین مدل‌ها قرار گرفته‌اند و در مورد طول دوره‌های مرطوب، مدل MGPD کارایی بهتری داشته است. همچنین از نتایج جداول شماره‌ی ۲ تا ۵ می‌توان دریافت که در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب، مدل‌های سه پارامتری کمتر به‌عنوان بهترین مدل انتخاب شده‌اند. نتایج بوشاند، (۱۹۷۸)، راکسو و همکاران (۱۹۹۱) و ویلکس (۱۹۹۹) نیز مؤید لزوم استفاده از مدل‌های پیچیده‌تر در شبیه‌سازی دوره‌های خشک، به‌ویژه در مناطقی با دوره‌های خشک طولانی هستند.

جدول ۳. مقادیر AIC برای تمامی ماه‌ها در ایستگاه قزوین (دوره‌های خشک)

ماه	یک پارامتری			دو پارامتری			سه پارامتری				
	GD	LSD	POIS	NBINO	MGD	MGPD	MGTPD	MLSD	MLGD	MLPD	MLTPD
دوره‌های خشک											
۱	۱۱۰۶/۷	۱۱۵۶/۹	۱۴۸۸/۵	۱۱۴۵/۲	۱۱۱۰/۷	۱۱۰۹/۵	۱۱۰۹/۶	۱۱۶۰/۹	۱۱۱۰/۸	۱۱۱۹/۴	۱۱۱۷/۹
۲	۹۸۵/۷	۱۰۲۵/۶	۱۲۷۶/۵	۱۰۲۷/۸	۹۸۹/۳	۹۸۹/۳	۹۸۹/۳	۱۰۲۹/۶	۹۸۹/۷	۱۰۰۴/۴	۱۰۰۲/۸
۳	۱۱۹۷/۱	۱۲۳۱/۸	۱۶۲۱/۳	۱۲۶۱/۳	۱۱۹۹/۲	۱۱۹۵/۷	۱۱۹۶/۸	۱۲۳۵/۸	۱۲۰۰/۷	۱۲۱۹/۲	۱۲۱۷/۱
۴	۱۱۰۷/۰	۱۱۳۰/۴	۱۶۱۰/۵	۱۱۷۲/۵	۱۰۹۹/۸	۱۱۰۵/۵	۱۱۰۴/۱	۱۱۳۴/۴	۱۱۰۰/۵	۱۱۰۶/۱	۱۱۰۵/۵
۵	۱۳۶۶/۲	۱۲۳۴/۶	۶۳۱۰/۷	۱۳۶۲/۱	۱۲۰۵/۴	۱۲۴۶/۹	۱۲۳۶/۵	۱۲۳۰/۲	۱۲۱۱/۱	۱۲۱۱/۴	۱۲۱۱/۸
۶	۵۸۳/۹	۵۹۰/۰	۲۸۹۹/۲	۵۸۳/۵	۵۷۳/۶	۵۷۴/۲	۵۷۴/۳	۵۸۹/۲	۵۷۳/۸	۵۸۸/۶	۵۸۸/۶
۷	۲۶۸/۷	۲۹۶/۴	۹۸۸/۸	۲۶۹/۵	۲۷۰/۱	۲۶۴/۴	۲۶۴/۴	۲۹۳/۲	۲۷۰/۱	۲۷۵/۲	۲۷۵/۱
۸	۲۸۶/۱	۳۱۸/۰	۷۳۷/۷	۲۸۵/۳	۲۸۵/۷	۲۸۴/۴	۲۸۴/۴	۳۱۷/۸	۲۸۵/۷	۲۹۶/۲	۲۹۵/۹
۹	۱۰۸/۸	۱۱۴/۳	۲۸۸/۱	۱۱۱/۹	۱۰۹/۲	۱۰۹/۳	۱۰۹/۳	۱۱۸/۳	۱۱۲/۱	۱۰۶/۸	۱۰۶/۸
۱۰	۶۷۰/۶	۶۵۵/۱	۱۳۶۵/۹	۶۹۸/۵	۶۵۳/۹	۶۵۱/۸	۶۵۲/۴	۶۵۹/۱	۶۵۵/۱	۶۴۸/۰	۶۴۸/۵
۱۱	۸۵۷/۳	۸۷۹/۷	۱۴۰۷/۹	۸۸۹/۶	۸۵۸/۴	۸۵۳/۰	۸۵۳/۱	۸۸۳/۷	۸۵۹/۶	۸۷۰/۲	۸۶۹/۸
۱۲	۱۰۳۹/۳	۱۰۸۸/۱	۱۳۶۲/۷	۱۰۷۳/۷	۱۰۴۳/۳	۱۰۴۱/۱	۱۰۴۱/۳	۱۰۹۲/۱	۱۰۴۳/۳	۱۰۴۹/۹	۱۰۴۹/۱

\* مقادیر تیره‌رنگ، حداقل AIC و نشان‌دهنده‌ی بهترین مدل‌ها هستند.

ادامه‌ی جدول ۳. مقادیر AIC برای تمامی ماه‌ها در ایستگاه قزوین (دوره‌های مرطوب)

ماه	یک پارامتری			دو پارامتری			سه پارامتری				
	GD	LSD	POIS	NBINO	MGD	MGPD	MGTPD	MLSD	MLGD	MLPD	MLTPD
دوره‌های مرطوب											
۱	۴۶۸/۰	۴۸۱/۳	۵۷۰/۳	Na	۴۷۲/۰	۴۶۷/۴	۴۶۷/۹	۴۸۵/۳	۴۷۲/۱	۴۶۸/۳	۴۶۸/۵
۲	۴۵۷/۶	۴۶۸/۸	۵۶۹/۰	Na	۴۶۱/۶	۴۵۸/۲	۴۵۸/۳	۴۷۲/۸	۴۶۱/۷	۴۵۸/۳	۴۵۸/۴
۳	۵۷۴/۵	۵۸۷/۵	۶۹۶/۴	Na	۵۷۸/۵	۵۷۳/۱	۵۷۵/۰	۵۹۱/۵	۵۷۸/۵	۵۷۵/۲	۵۷۷/۰
۴	۵۷۰/۰	۵۸۸/۵	۶۶۴/۱	Na	۵۷۴/۰	۵۶۷/۱	۵۶۷/۰	۵۹۲/۵	۵۷۴/۱	۵۶۷/۲	۵۶۷/۰
۵	۴۳۵/۰	۴۳۸/۵	۵۳۹/۴	Na	۴۳۸/۷	۴۳۷/۸	۴۳۷/۸	۴۴۲/۵	۴۳۸/۷	۴۳۸/۰	۴۳۷/۹
۶	۸۹/۲	۸۸/۶	۱۴۸/۹	Na	۹۲/۴	۹۲/۱	۹۲/۲	۹۲/۵	۹۲/۴	۹۲/۲	۹۲/۲
۷	۴۸/۱	۴۸/۱	۷۹/۵	Na	۵۱/۹	۵۱/۱	۵۱/۳	۵۲/۱	۵۱/۹	۵۱/۱	۵۱/۳
۸	۲۹/۰	۲۹/۶	۵۸/۰	Na	۳۳/۰	۳۲/۱	۳۲/۴	۳۳/۶	۳۳/۰	۳۲/۱	۳۲/۴
۹	۳۴/۱	۳۵/۴	۴۶/۸	Na	۳۸/۱	۳۶/۴	۳۶/۸	۳۹/۴	۳۸/۱	۳۶/۴	۳۶/۸
۱۰	۲۶۵/۳	۲۷۱/۷	۳۲۸/۲	Na	۲۶۹/۳	۲۶۷/۶	۲۶۷/۵	۲۷۵/۷	۲۶۹/۳	۲۶۷/۷	۲۶۷/۶
۱۱	۳۹۵/۴	۳۹۸/۹	۴۷۴/۴	۴۷۴/۴	۳۹۹/۰	۳۹۷/۹	۳۹۸/۴	۴۰۲/۹	۳۹۹/۳	۳۹۹/۹	۴۰۰/۲
۱۲	۴۴۸/۹	۴۵۴/۵	۵۶۴/۳	Na	۴۵۲/۵	۴۴۶/۶	۴۴۸/۷	۴۵۸/۵	۴۵۲/۸	۴۴۸/۱	۴۵۰/۱

\* مقادیر تیره‌رنگ، حداقل AIC و نشان‌دهنده‌ی بهترین مدل‌ها هستند.

### نتایج بهترین مدل‌ها برای شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب

جداول شماره‌ی ۶ تا ۸ مقادیر برآوردی پارامترهای مربوط به بهترین مدل‌های انتخاب شده در مرحله‌ی قبل برای شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب را در مورد تمام روش‌ها نمایش می‌دهند. از این نتایج می‌توان دریافت که در بیشتر ماه‌ها و دوره‌های سه‌ماهه‌ی سال، در زمان شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، بیش از ۵۰ درصد از مجموع وزن توزیع طول دوره‌های خشک با مدل اول شبیه‌سازی می‌شوند. اما در مورد طول دوره‌های مرطوب، در بیشتر ماه‌های سال، بیش از ۵۰ درصد از مجموع وزن توزیع به مدل دوم اختصاص یافته‌اند. این مسأله در شبیه‌سازی‌های فصلی (روش چهارم) نیز مشاهده می‌شود.

جدول ۴. مقادیر AIC برای دوره‌های سه‌ماهه در ایستگاه قزوین

ماه	یک پارامتری			دو پارامتری			سه پارامتری			
	GD	LSD	POIS	NBINO	MGD	MGPD	MLSD	MLGD	MLPD	MLTPD
دوره‌های خشک										
۱	۳۱۳۰/۲	۳۲۶۷/۶	۴۱۳۵/۸	۳۲۴۶/۱	۳۱۳۴/۲	۳۱۳۲/۲	۳۲۷۱/۶	۳۱۳۴/۳	۳۱۶۷/۱	۳۱۶۳/۱
۲	۳۲۸۹/۹	۳۴۱۲/۱	۴۴۰۲/۳	۳۴۴۶/۰	۳۲۹۳/۶	۳۲۹۲/۴	۳۴۱۶/۱	۳۲۹۳/۹	۳۳۳۸/۰	۳۳۳۲/۷
۳	۳۲۸۶/۰	۳۳۸۳/۹	۴۵۰۵/۷	۳۴۵۹/۰	۳۲۸۱/۸	۳۲۸۱/۷	۳۳۸۷/۹	۳۲۸۲/۹	۳۳۲۲/۷	۳۳۱۷/۷
۴	۳۸۳۸/۹	۳۶۵۵/۷	۱۰۷۳۵/۳	۴۰۰۸/۶	۳۵۳۴/۶	۳۶۷۳/۲	۳۶۴۹/۱	۳۵۳۷/۵	۳۵۸۱/۸	۳۵۷۸/۷
۵	۳۳۱۹/۴	۳۰۳۱/۴	۱۳۸۱۵/۱	۳۳۳۵/۰	۲۹۶۶/۸	۳۰۶۰/۲	۳۰۱۹/۸	۲۹۷۶/۰	۲۹۷۷/۴	۲۹۷۶/۵
۶	۲۳۰۰/۲	۲۱۲۷/۰	۱۲۱۲۱/۱	۲۲۶۵/۱	۲۱۰۸/۶	۲۱۳۹/۹	۲۱۳۱/۰	۲۱۲۵/۹	۲۱۳۱/۵	۲۱۳۱/۶
۷	۱۱۳۷/۸	۱۲۰۰/۴	۴۷۴۹/۲	۱۱۴۲/۹	۱۱۳۴/۹	۱۱۳۳/۰	۱۱۴۱/۶	۱۲۰۵/۸	۱۱۷۵/۷	۱۱۷۵/۵
۸	۶۶۴/۹	۷۲۴/۷	۲۲۰۴/۳	۶۶۷/۴	۶۶۱/۶	۶۶۱/۶	۷۲۹/۶	۶۶۱/۶	۶۹۷/۶	۶۹۷/۴
۹	۱۱۵۳/۰	۱۱۰۵/۱	۳۸۶۴/۲	۱۱۶۲/۵	۱۱۰۰/۸	۱۰۹۹/۴	۱۰۹۹/۸	۱۱۰۹/۱	۱۱۰۳/۵	۱۱۰۳/۵
۱۰	۱۶۵۶/۲	۱۶۵۲/۸	۳۲۹۷/۳	۱۷۱۹/۵	۱۶۳۶/۱	۱۶۳۷/۹	۱۶۳۷/۳	۱۶۳۶/۲	۱۶۴۱/۸	۱۶۴۱/۶
۱۱	۲۵۷۲/۱	۲۶۲۲/۳	۴۱۸۴/۰	۲۶۸۱/۰	۲۵۶۵/۸	۲۵۶۲/۲	۲۵۶۲/۱	۲۶۲۶/۳	۲۵۷۴/۰	۲۵۷۲/۶
۱۲	۳۰۰۵/۶	۳۱۲۳/۱	۴۲۸۹/۸	۳۱۱۷/۱	۳۰۰۹/۲	۳۰۰۶/۲	۳۰۰۶/۲	۳۰۰۹/۰	۳۰۲۵/۳	۳۰۳۲/۲
دوره‌های مرطوب										
۱	۱۳۷۰/۶	۱۴۰۰/۷	۱۶۹۹/۷	Na	۱۳۷۴/۶	۱۳۶۳/۷	۱۴۰۴/۷	۱۳۷۴/۸	۱۳۶۶/۲	۱۳۶۸/۳
۲	۱۴۹۶/۹	۱۵۳۴/۲	۱۸۳۲/۳	Na	۱۵۰۰/۹	۱۴۸۸/۶	۱۴۹۱/۱	۱۵۰۱/۱	۱۴۹۱/۷	۱۴۹۳/۷
۳	۱۶۰۰/۳	۱۶۴۲/۴	۱۹۲۷/۲	Na	۱۶۰۴/۳	۱۵۹۳/۹	۱۶۴۶/۴	۱۶۰۴/۵	۱۵۹۶/۴	۱۵۹۶/۷
۴	۱۵۷۶/۲	۱۶۱۰/۹	۱۸۹۶/۵	Na	۱۵۸۰/۲	۱۵۷۶/۴	۱۶۱۴/۹	۱۵۸۰/۳	۱۵۷۹/۰	۱۵۷۸/۵
۵	۱۱۰۳/۶	۱۱۲۱/۶	۱۳۵۶/۵	Na	۱۱۰۷/۶	۱۱۰۴/۶	۱۱۲۵/۶	۱۱۰۷/۷	۱۱۰۵/۱	۱۱۰۴/۸
۶	۵۸۲/۳	۵۸۱/۹	۷۷۱/۳	Na	۵۸۳/۸	۵۸۲/۹	۵۸۲/۹	۵۸۳/۸	۵۸۲/۹	۵۸۲/۹
۷	۱۶۳/۱	۱۶۳/۰	۲۸۲/۵	Na	۱۶۶/۷	۱۶۶/۳	۱۶۶/۴	۱۶۷/۰	۱۶۶/۳	۱۶۶/۴
۸	۱۰۸/۸	۱۱۰/۴	۱۸۰/۷	Na	۱۱۲/۸	۱۱۱/۶	۱۱۴/۴	۱۱۲/۸	۱۱۱/۶	۱۱۱/۸
۹	۳۳۱/۹	۳۳۸/۶	۴۳۲/۴	Na	۳۳۵/۹	۳۳۴/۴	۳۴۲/۶	۳۳۵/۹	۳۳۴/۷	۳۳۴/۶
۱۰	۶۹۵/۶	۷۰۵/۴	۸۴۹/۱	Na	۶۹۹/۶	۶۹۷/۷	۶۹۸/۴	۶۹۹/۷	۶۹۹/۸	۷۰۰/۲
۱۱	۱۱۰۹/۲	۱۱۲۳/۷	۱۳۶۵/۹	Na	۱۱۱۳/۱	۱۱۰۶/۹	۱۱۲۷/۷	۱۱۱۳/۲	۱۱۱۰/۵	۱۱۱۲/۴
۱۲	۱۳۱۱/۷	۱۳۳۳/۱	۱۶۰۷/۸	Na	۱۳۱۵/۷	۱۳۰۸/۸	۱۳۱۰/۰	۱۳۱۵/۸	۱۳۱۱/۳	۱۳۱۴/۰

\* مقادیر تیره‌رنگ، حداقل AIC و نشان‌دهنده‌ی بهترین مدل‌ها هستند.

جدول ۵. مقادیر AIC برای تمامی فصول در ایستگاه قزوین

سه پارامتری							دو پارامتری	یک پارامتری			فصل
MLTPD	MLPD	MLGD	MLSD	MGTPD	MGPD	MGD	NBINO	POIS	LSD	GD	
دوره‌های خشک											
۳۳۳۲/۷	۳۳۳۸/۰	۳۲۹۳/۹	۳۴۱۶/۱	۳۲۹۲/۴	۳۲۹۲/۶	۳۲۹۳/۶	۳۴۳۶/۰	۴۴۰۲/۳	۳۴۱۲/۱	۳۲۸۹/۹	۱
۲۹۷۶/۵	۳۰۳۹/۵	۲۹۷۶/۰	۳۰۱۹/۸	۳۰۳۲/۹	۳۰۶۰/۲	۲۹۶۶/۸	۳۳۳۵/۰	۱۳۸۸۵/۱	۳۰۳۱/۴	۳۳۱۹/۴	۲
۶۹۷/۴	۶۹۷/۶	۶۶۱/۶	۷۲۹/۶	۶۶۱/۶	۶۶۱/۶	۶۶۱/۶	۶۶۷/۴	۲۲۰۴/۳	۷۲۴/۷	۶۶۴/۹	۳
۲۵۷۲/۶	۲۵۷۴/۰	۲۵۶۵/۶	۲۶۲۶/۳	۲۵۶۲/۱	۲۵۶۲/۲	۲۵۶۵/۸	۲۶۸۱/۰	۴۱۸۴/۰	۲۶۲۲/۳	۲۵۷۲/۱	۴
دوره‌های مرطوب											
۱۴۹۳/۷	۱۴۹۱/۷	۱۵۰۱/۱	۱۵۳۸/۲	۱۴۹۱/۱	۱۴۸۸/۶	۱۵۰۰/۹	Na	۱۸۳۲/۳	۱۵۳۴/۲	۱۴۹۶/۹	۱
۱۱۰۴/۸	۱۱۰۵/۱	۱۱۰۷/۷	۱۱۲۵/۶	۱۱۰۴/۶	۱۱۰۴/۶	۱۱۰۷/۶	Na	۱۳۵۶/۵	۱۱۲۱/۶	۱۱۰۳/۶	۲
۱۱۱/۸	۱۱۱/۶	۱۱۲/۸	۱۱۴/۴	۱۱۱/۸	۱۱۱/۶	۱۱۲/۸	Na	۱۸۰/۷	۱۱۰/۴	۱۰۸/۸	۳
۱۱۱۲/۴	۱۱۱۰/۵	۱۱۱۳/۲	۱۱۳۷/۷	۱۱۰۹/۱	۱۱۰۶/۹	۱۱۱۳/۱	Na	۱۳۶۵/۹	۱۱۲۳/۷	۱۱۰۹/۲	۴

\* مقادیر تیره‌رنگ، حداقل AIC و نشان‌دهنده‌ی بهترین مدل‌ها هستند.

جدول ۶. مقادیر برآورد شده‌ی پارامترهای بهترین مدل برای هر ماه در ایستگاه قزوین

دوره‌های مرطوب					بهترین مدل	دوره‌های خشک					بهترین مدل	ماه
$\lambda$	P	P2	P1	W		$\lambda$	P	P2	P1	W		
۰/۶۲	۰/۵۴			۰/۴۲	MGPD		۰/۱۷				GEOM	۱
	۰/۶۰				GEOM		۰/۱۹				GEOM	۲
۰/۵۴	۰/۴۵			۰/۳۴	MGPD	۱/۲۱	۰/۱۷			۰/۷۷	MGPD	۳
۱/۶۶	۰/۷۷			۰/۲۸	MGTPD			۰/۰۵	۰/۲۳	۰/۹۶	MGD	۴
	۰/۵۷				GEOM			۰/۰۲	۰/۳۱	۰/۸۳	MGD	۵
	۰/۴۱				LSD			۰/۰۲	۰/۳۷	۰/۲۱	MGD	۶
	۰/۷۶				GEOM	۹۶/۸۰	۰/۰۳			۰/۷۵	MGTPD	۷
	۰/۸۳				GEOM	۴۶/۳۷	۰/۰۲			۰/۷۸	MGPD	۸
	۰/۶۹				GEOM	۲۱/۳۲	۰/۹۹			۰/۵۴	MLPD	۹
	۰/۵۹				GEOM	۸/۸۷	۰/۹۶			۰/۸۳	MLPD	۱۰
	۰/۵۲				GEOM	۲۷/۶۶	۰/۱۶			۰/۹۴	MGPD	۱۱
۰/۴۵	۰/۴۰			۰/۲۵	MGPD		۰/۱۷				GEOM	۱۲

جدول ۷. مقادیر برآورد شده‌ی پارامترهای بهترین مدل برای دوره‌های سه‌ماهه در ایستگاه قزوین

دوره‌های مرطوب					بهترین مدل	دوره‌های خشک					بهترین مدل	دوره
$\lambda$	P	P2	P1	W		$\lambda$	P	P2	P1	W		
۰/۵۳	۰/۴۹			۰/۳۴	MGPD		۰/۱۸				GEOM	۱
۰/۵۷	۰/۵۱			۰/۳۹	MGPD		۰/۱۹				GEOM	۲
۰/۶۹	۰/۵۵			۰/۵۶	MGPD	۱/۴۱	۰/۱۸			۰/۸۱	MGPD	۳
	۰/۵۶				GEOM			۰/۲۲	۰/۰۲	۰/۰۶	MGD	۴
	۰/۵۸				GEOM			۰/۰۲	۰/۲۲	۰/۸۲	MGD	۵
	۰/۵۹				LSD			۰/۲۳	۰/۰۲	۰/۳۹	MGD	۶
	۰/۳۹				LSD			۰/۰۲	۰/۷۰	۰/۱۱	MGD	۷
	۰/۷۷				GEOM			۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۷	MLGD	۸
	۰/۶۳				GEOM	۰/۵۷	۰/۰۵			۰/۷۰	MGPD	۹
	۰/۵۶				GEOM			۰/۰۹	۰/۳۵	۰/۳۶	MGD	۱۰
۰/۴۶	۰/۴۵			۰/۴۱	MGPD	۳۳/۳۹	۰/۱۶			۰/۹۷	MGTPD	۱۱
۰/۴۹	۰/۴۵			۰/۳۹	MGPD		۰/۱۶				GEOM	۱۲

جدول ۸. مقادیر برآورد شده‌ی پارامترهای بهترین مدل برای هر فصل در ایستگاه قزوین

دوره‌های مرطوب					بهترین مدل	دوره‌های خشک					بهترین مدل	فصل
$\lambda$	P	P2	P1	W		$\lambda$	P	P2	P1	W		
۰/۵۷	۰/۵۱			۰/۳۹	MGPD		۰/۱۹				GEOM	۱
	۰/۵۸				GEOM			۰/۰۲	۰/۲۲	۰/۸۲	MGD	۲
	۰/۷۷				GEOM			۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۷	MLGD	۳
۰/۴۶	۰/۴۵			۰/۴۱	MGPD	۳۳/۳۹	۰/۱۶			۰/۹۷	MGTPD	۴

### ارزیابی عملکرد مدل‌های مختلف در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب

برای ارزیابی توانایی مدل‌های احتمالاتی در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک و مرطوب، مقایسه‌ی بین توزیع احتمال مربوط به هریک از دوره‌ها و بین سری مشاهداتی و سری مصنوعی مورد استفاده قرار گرفته است (بویشاند، ۱۹۷۸: ۲۹۸؛ راکسکو و همکاران، ۱۹۹۱: ۳۲؛ ان‌جی و پانو، ۲۰۱۰: ۲۲۶). در این مطالعه، ریشه‌ی دوم متوسط مربع خطاها (RMSE)<sup>۱</sup> و متوسط خطاهای مطلق (MAE)<sup>۲</sup> بین سری مشاهداتی و سری مصنوعی، به‌عنوان ابزار مقایسه مورد استفاده قرار گرفتند. این دو آماره از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

1. Root Mean Square Errors (RMSE)
2. Mean Absolute Errors (MAE)

$$RMSE_u = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^L (P\{L_u^H = k\} - P\{L_u^G = k\})^2}{L}} \quad \text{رابطه‌ی ۱۲}$$

$$MAE_u = \frac{\sum_{k=1}^L |P\{L_u^H = k\} - P\{L_u^G = k\}|}{L} \quad \text{رابطه‌ی ۱۳}$$

که در آنها،  $u$  و  $L$  به ترتیب حالت روز (خشک یا مرطوب) و حداکثر طول دوره‌ی مربوط به آن حالت  $P\{L_u^H\}$  و  $P\{L_u^G\}$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی احتمال وقوع طول دوره با حالت  $u$  و طول  $k$  هستند. مقدار  $L$ ، حداکثر مقدار طول دوره در بین سری‌های مشاهداتی و مصنوعی در نظر گرفته می‌شود.

شکل شماره‌ی ۱، مقدار MAE و RMSE برای ۴ روش مورد مطالعه را در تمامی ماه‌های سال نشان داده است (مقیاس محورها متفاوت است). جدول شماره‌ی ۹ مقادیر ضریب تعیین ( $R^2$ )، ریشه‌ی میانگین مربع خطاها (RMSE) و میانگین خطاهای مطلق (MAE) بین سری مشاهداتی و سری‌های مصنوعی را نمایش می‌دهد. مقدار شاخص ضریب تعیین ( $R^2$ ) از رابطه‌ی شماره‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود:

$$R^2 = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}\right) \times 100 \quad \text{رابطه‌ی ۱۴}$$

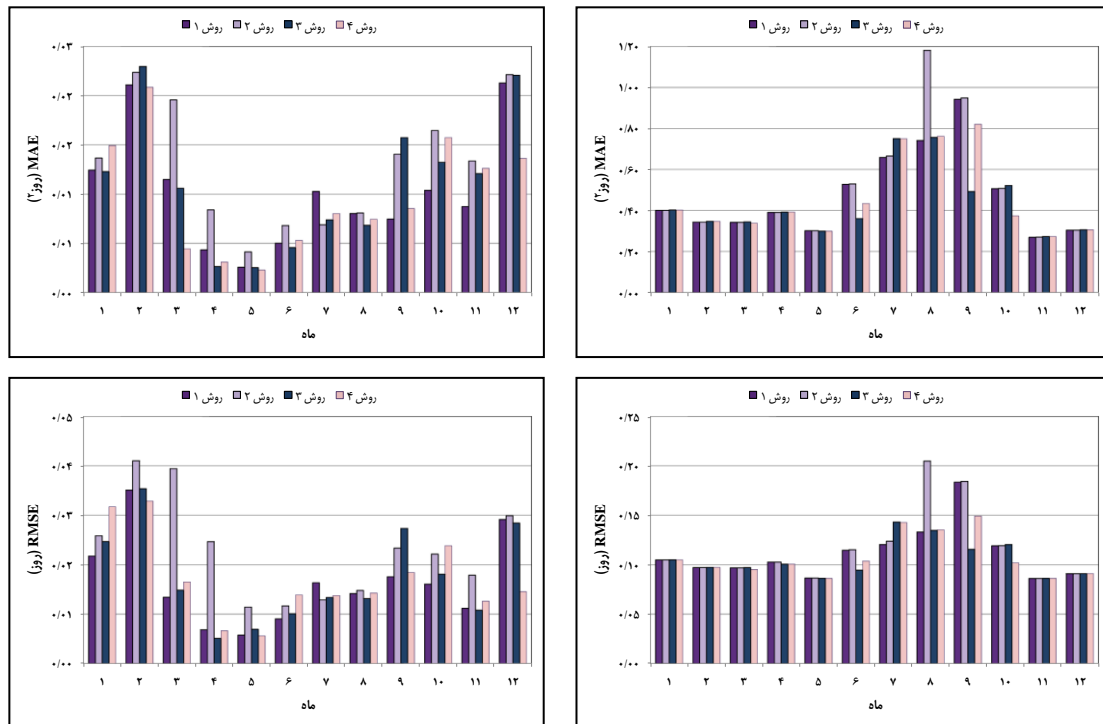
در این رابطه:

$O_i$ : مقدار مشاهداتی در ماه  $i$ ;  $P_i$ : مقدار شبیه‌سازی شده در ماه  $i$ ;  $\bar{O}$ : متوسط مقادیر مشاهداتی در بین همه‌ی

ماه‌های دوره‌ی آماری و  $n$ : برابر ۱۲ است.

در مورد طول دوره‌های خشک و مرطوب، مقادیر RMSE و MAE در این جدول با تقسیم شدن بر مقدار متوسط هر آماره در تمامی ماه‌ها، استاندارد شده‌اند. مقادیر هاشورخورده نشان‌دهنده‌ی بهترین روش در هر سطر هستند. این نتایج نشان می‌دهند که در تمامی ماه‌های سال، عملکرد همه‌ی روش‌ها در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک بهتر از دوره‌های مرطوب بوده است. این مسأله با نتایج به‌دست آمده‌ی ان‌جی و پانو (۲۰۱۰: ۲۳۲) در مالزی در تضاد است. یکی از دلایل این تضاد را می‌توان تفاوت اقلیم منطقه‌ی مطالعاتی قزوین با منطقه‌ی مطالعاتی در این پژوهش (منطقه‌ای با دوره‌های مرطوب طولانی) دانست. نتیجه‌گیری رولدان و وولیزر (۱۹۸۲) در ارتباط با برآورد نادرست پارامترهای مدل‌های پیچیده‌ی احتمالاتی در مناطق خشک نیز می‌تواند در این رابطه مورد توجه قرار گیرد. با توجه به شکل شماره‌ی ۱ می‌توان دریافت که در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک در ماه‌های مختلف، بهترین عملکرد به روش‌های مختلفی اختصاص یافته است، اما در مورد دوره‌های مرطوب در بیشتر ماه‌ها عملکرد روش‌های مختلف، کمابیش مشابه بوده است. همچنین، خطای

تمامی روش‌ها در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب با آغاز دوره‌ی خشک (ماه ۶) افزایش یافته و با آغاز دوره‌ی مرطوب (ماه ۹) رو به کاهش می‌رود. این مسأله در مورد دوره‌های خشک نیز صادق است. به‌گونه‌ای که خطای تمامی روش‌ها در دوره‌ی مرطوب سال بیشتر است. همچنین از نتایج جدول شماره‌ی ۹ مشخص است که در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، عملکرد روش‌های اول و دوم (ماهانه) در حفظ آماره‌های سری مشاهداتی بهتر از روش‌های دیگر بوده، اما در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب، روش‌های سوم (دوره‌های سه‌ماهه) و چهارم (فصلی) عملکرد بهتری داشته‌اند که می‌توان دلیل آن را افزایش تعداد نمونه‌ها (تعداد دوره‌های مرطوب) در روش‌های سوم و چهارم دانست.



شکل ۱. مقادیر MAE و RMSE مربوط به احتمال وقوع طول دوره‌های خشک و مرطوب (سمت چپ: طول دوره‌های خشک؛ سمت راست: طول دوره‌های مرطوب)

### ارزیابی عملکرد مدل‌های مختلف در حفظ همبستگی زمانی کوتاه‌مدت

برای بررسی توانایی روش‌های مختلف در حفظ همبستگی زمانی کوتاه‌مدت سری وقوع بارندگی، مقادیر احتمال وقوع روز خشک (Pd)، احتمال وقوع روز مرطوب (Pw)، احتمال وقوع روز مرطوب بعد از روز مرطوب (Pww)، احتمال وقوع روز خشک بعد از روز مرطوب (Pdw)، احتمال وقوع روز خشک بعد از روز خشک (Pdd)، احتمال وقوع روز مرطوب بعد از روز خشک (Pdw) و خودهمبستگی (با ۱ تأخیر زمانی) (AC) در همه‌ی ماه‌ها مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفتند (جدول شماره‌ی ۹).

جدول ۹. مقادیر  $R^2$ ، RMSE، MAE و بین سری مشاهداتی و سری‌های مصنوعی

MAE				RMSE				$R^2$					
روش ۴	روش ۳	روش ۲	روش ۱	روش ۴	روش ۳	روش ۲	روش ۱	روش ۴	روش ۳	روش ۲	روش ۱		
۰/۳۸	۰/۲۲	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۶۱	۰/۳۵	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۴۶۵	۰/۹۷۲	۰/۹۹۹	۰/۹۹۷	Mean	
۰/۶۸	۰/۴۳	۰/۵۳	۰/۳۹	۰/۸۹	۰/۶۵	۰/۸۳	۰/۵۵	۰/۶۷۸	۰/۸۰۱	۰/۵۸۰	۰/۸۳۸	Max	
۰/۴۵	۰/۲۰	۰/۳۱	۰/۱۰	۰/۶۶	۰/۳۱	۰/۵۰	۰/۱۵	۰/۳۳۳	۰/۹۲۹	۰/۸۷۱	۰/۹۸۶	SD	
۰/۴۵	۰/۳۰	۰/۳۹	۰/۳۰	۰/۷۱	۰/۳۹	۰/۵۸	۰/۴۳	۰/۴۷۶	۰/۷۸۵	۰/۳۲۸	۰/۶۶۹	Skew	
۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۲۳	۰/۱۴	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۲۴	۰/۱۷	۰/۳۳۳	۰/۶۱۵	۰/۹۸۴	۰/۳۴۵	Mean	
۰/۱۸	۰/۱۹	۰/۲۲	۰/۱۶	۰/۲۲	۰/۲۴	۰/۳۰	۰/۲۴	۰/۸۳۸	۰/۸۱۷	۰/۹۳۲	۰/۹۰۴	Max	
۰/۱۸	۰/۱۵	۰/۳۱	۰/۲۱	۰/۲۳	۰/۱۹	۰/۳۳	۰/۲۵	۰/۸۱۸	۰/۸۲۶	۰/۹۵۷	۰/۸۹۸	SD	
۰/۴۱	۰/۳۴	۰/۶۳	۰/۴۹	۰/۵۷	۰/۵۰	۰/۸۰	۰/۸۰	-۰/۴۲۴	-۰/۵۹۲	-۰/۲۰۲	-۰/۳۱۴	Skew	
۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۸۴۱	۰/۹۲۱	۰/۹۵۸	۰/۹۷۷	Pd	
۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۸۴۱	۰/۹۲۱	۰/۹۵۸	۰/۹۷۷	Pw	
۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۱۸	۰/۱۱	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۱۴	۰/۳۴۲	۰/۶۴۰	۰/۹۷۰	۰/۷۷۲	Pww	
۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۱۸	۰/۱۱	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۱۴	۰/۳۴۲	۰/۶۴۰	۰/۹۷۰	۰/۷۷۲	Pwd	
۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۸۶۹	۰/۹۵۸	۰/۹۵۹	۰/۹۸۴	Pdd	
۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۸۶۹	۰/۹۵۸	۰/۹۵۹	۰/۹۸۴	Pdw	
۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۱۹	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۹	۰/۱۴	۰/۵۴۷	۰/۳۲۷	۰/۸۳۰	۰/۳۰۷	AC	

همبستگی زمانی  
کوتاهمدت

طول دوره‌های مرطوب

طول دوره‌های خشک



با توجه به ارقام جدول شماره ۹ در ارتباط با احتمال وقوع روزهای خشک و مرطوب (Pd و Pw)، روش اول بهترین عملکرد را داشته است، هرچند عملکرد روش‌های دیگر نیز در سطح قابل قبول قرار داشته‌اند. در مورد مقادیر Pwd و Pww، روش دوم در پیگیری روند تغییرات این دو پارامتر (مقدار  $R^2$ ) عملکرد بهتری داشته، اما خطای این روش نسبت به روش‌های دیگر بیشتر است. در این ارتباط، روش سوم عملکرد بهتری نسبت به روش‌های اول و چهارم داشته است. خطای بیشتر تمامی روش‌ها در شبیه‌سازی این دو پارامتر نسبت به پارامترهای Pdd و Pdw را می‌توان به عملکرد ضعیف‌تر هر ۴ روش در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب نسبت به دوره‌های خشک مرتبط دانست. در شبیه‌سازی مقادیر Pdd و Pdw، عملکرد روش اول نسبت به روش‌های دیگر بهتر بوده و خطای روش‌های دیگر نیز در سطح قابل قبول قرار دارد. در مورد شبیه‌سازی AC، عملکرد روش سوم و چهارم تا اندازه‌ای بهتر از روش اول و دوم بوده است و دلیل آن، عملکرد بهتر این دو روش در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب و مقادیر Pwd و Pww است.

### بحث و نتیجه‌گیری

نتایج این مطالعه نشان داد که در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، مدل‌های سه‌پارامتری (به‌ویژه مدل‌های MGD و MGPD) بیشتر از مدل‌های یک و دو پارامتری به‌عنوان بهترین مدل (معیار AIC) انتخاب شده‌اند. این مسأله نشان از عملکرد بهتر این مدل‌ها در شبیه‌سازی سری‌های شامل دوره‌های طولانی‌تر دارد؛ زیرا در شبیه‌سازی سری طول دوره‌های مرطوب - که شامل دوره‌های کوتاه‌تری است - مدل‌های یک پارامتری در بیشتر ماه‌های سال به‌عنوان مدل‌های برتر انتخاب شده‌اند.

همچنین، عملکرد روش‌های ماهانه، سه‌ماهه و فصلی از جنبه‌های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. خطای تمامی روش‌ها در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب با آغاز دوره‌ی خشک افزایش یافته و با آغاز دوره‌ی مرطوب از آن کاسته می‌شود. این مسأله در مورد دوره‌های خشک نیز صادق است. همچنین در شبیه‌سازی طول دوره‌های خشک، عملکرد روش‌های اول و دوم (ماهانه) در حفظ آماره‌های سری مشاهداتی بهتر از روش‌های دیگر بوده، اما در شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب، روش‌های سوم (دوره‌های سه‌ماهه) و چهارم (فصلی) عملکرد بهتری داشته‌اند. در ارتباط با همبستگی زمانی کوتاه‌مدت سری روزهای خشک و مرطوب، در شبیه‌سازی احتمال انتقال از یک روز خشک، روش اول (برازش بهترین مدل بر اطلاعات ماهانه) و در شبیه‌سازی احتمال انتقال از یک روز مرطوب، روش سوم (برازش بهترین مدل بر اطلاعات سه‌ماهه) به بهترین نتایج منجر شدند. به‌طور خلاصه، در ایستگاه سینوپتیک قزوین، تجمیع اطلاعات ماهانه به‌شکل دوره‌های سه‌ماهه و فصلی، سبب بهبود شبیه‌سازی طول دوره‌های مرطوب شد؛ اما در مورد دوره‌های خشک، شبیه‌سازی براساس مدل‌های ماهانه عملکرد بهتری از خود نشان داد.

برای ارزیابی بیشتر، توصیه می‌شود تا عملکرد مدل‌های احتمالاتی در ایستگاه‌هایی با طول دوره‌ی آماری و اقلیم متفاوت نیز مورد تحلیل قرار گرفته و درنهایت، از میان روش‌های موجود بهترین روش برای هر یک از ایستگاه‌های مطالعاتی مورد نظر مشخص شوند.

## منابع

- Ababaei, B., Sohrabi, T.M., Mirzaei, F. and Karimi, B., 2010, **Evaluation of a Stochastic Weather Generator in Different Climates**, Computer and Information Science, Vol. 3, No. 3, PP. 217-229.
- Akaike, H., 1974, **A New Look at the Statistical Model Identification**, Automat Control, Transactions on, Vol. 19, PP. 716-723.
- Anagnostopoulou, C.H.R., Maheras, P., Karacostas, T., Vafiadis, M., 2003, **Spatial and Temporal Analysis of Dry Spells in Greece**, Theoretical and Applied Climatology, Vol.74, PP. 77-91.
- Buishand, T.A., 1978, **Some Remarks on the Use of Daily Rainfall Models**, Journal of Hydrology, Vol. 36, PP. 295-308.
- Chapman, T.G., 1997, **Stochastic Models for Daily Rainfall in the Western Pacific**, Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 43, PP. 351-358.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., Ibrahim, K., 2008a, **The Spatial Distribution of Wet and Dry Spells over Peninsular Malaysia**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 94, PP.163-173.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., Ibrahim, K., 2009a, **Fitting Optimum order of Markov Chain Models for Daily Rainfall Occurrences in Peninsular Malaysia**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 97, PP. 109-121.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., Ibrahim, K., 2009b, **Mixed Probability Models for Dry and Wet Spells**, Statistical Methodology, Vol. 6, PP. 290-303.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., 2008a, **Mixed Geometric Truncated Poisson Model for Sequences of Wet Days**, Journal of Applied Sciences, Vol. 8, PP. 3975-3980.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., 2008b, **Probability Models for Dry Spells in Peninsular Malaysia, Asia-Pacific**, Journal of Atmospheric Sciences, Vol. 44, PP. 37-47.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., 2009a, **Fitting the Distribution of Dry and Wet Spells with Alternative Probability Models**, Meteorology and Atmospheric Physics, Vol. 104, PP. 13-27.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., 2009b, **Mixed Log Series Geometric Distribution for Sequences of Dry Days**, Atmospheric Research, Vol. 92, PP. 236-243.
- Deni, S.M., Suhaila, J., Jemain, A.A., 2008b, **Probability Models for Wet Spells in Peninsular Malaysia During the Periods of 1940s – 1976 & 1977–2004**, Journal of Quality Measurement and Analysis, Vol. 4, PP. 167-178.
- Deni, S.M., Jemain, A.A., Ibrahim, K., 2010, **The Best Probability Models for Dry and Wet Spells in Peninsular Malaysia During Monsoon Seasons**, International Journal of Climatology, Vol. 30, PP. 1194-1205.
- Dobi-Wantuch, I., Mika, J., Szeidl, L., 2000, **Modeling Wet and Dry Spells with Mixture Distributions**, Meteorology and Atmospheric Physics, Vol. 73, PP. 245-256.
- Fletcher, R. and Powell, M.J.D., 1963, **A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization**, Computer Journal, Vol. 6, PP. 163-168.
- Gabriel, K.R., Neumann, J., 1957, **On the Distribution of Weather Cycles by Length**, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 83, PP. 375-379.

- Gabriel, K.R., Neumann, J., 1962, **A Markov Chain Model for Daily Rainfall Occurrence at Tel Aviv**, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 88, No. 375, PP.90-95
- Gates, P. and Tong, H., 1976, **On Markov Chain Modeling to some Weather Data**, Journal of Applied Meteorology, Vol. 15, PP. 1145-1151.
- Goldfarb, D., 1970, **A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Means**, Mathematics of Computing, Vol. 24, PP. 23-26.
- Hutchinson, M.F., 1995, **Stochastic Space-time Models from Ground-based Data**, Agricultural and Forest Meteorology, Vol. 73, PP. 237-264.
- Katz, R.W., 1981, **On some Criteria for Estimating the Order of a Markov Chain**, Technometrics, Vol. 23, PP. 243-249.
- Lana, X., Martinez, M.D., Burgueno, A., Serra, C., Martin-Vide, J., Gomez, L., 2006a, **Distributions of Long Dry Spells in the Iberian Peninsula, Years 1951–1990**, International Journal of Climatology, Vol. 26, PP. 1999-2021.
- Lana, X., Martinez, M.D., Burgueno, A., Serra, C., 2006b, **Statistical Distributions and Sampling Strategies for the Analysis of Extreme Dry Spells in Catalonia (NE Spain)**, Journal of Hydrology, Vol. 324, PP. 94-114.
- Lana, X., Burgueno, A., 1998, **Probabilities of Repeated Long Dry Episodes Based on the Poisson Distribution, An Example for Catalonia (NE Spain)**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 60, PP. 111-120.
- Longley, R.W., 1953, **The Length of Dry and Wet Periods**, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 79, PP. 520-527.
- Ng, W.W., Panu, U.S., 2010, **Comparisons of Traditional and Novel Stochastic Models for the Generation of Daily Precipitation Occurrences**, Journal of Hydrologic Engineering Vol. 380, PP. 222-236.
- Racsko, P., Szeidl, L., Semenov, M., 1991, **A Serial Approach to Local Stochastic Weather Models**, Ecological Modelling, Vol. 57, PP. 27-41.
- Richardson, C.W., 1981, **Stochastic Simulation of Daily Precipitation, Temperature, and Solar Radiation**, Water Resources Research, Vol. 17, PP. 182-190.
- Richardson, C.W., Wright, D.A., 1984, **WGEN: A Model for Generating Daily Weather Variables**, US Department of Agriculture, Agricultural Research Service.
- Rolalnd, J., Woolhiser, D.A., 1982, **Stochastic Daily Precipitation Models: 1) A Comparison of Occurrence Processes**, Water Resources Research, Vol. 18, PP. 1451-1459.
- Schwarz, G., 1978, **Estimating the Dimension of a Model**, Annals of Statistics, Vol. 6, No. 2, PP. 461-464.
- Srinivasan, T.R. 1958, **A Statistical Model Suitable for Describing Weather Persistence**, Indian, J. Meteorol. Geophys., Vol. 10, PP.321-324.
- Suhaila, J., Jemain, A.A., 2007a, **Fitting Daily Rainfall Amount in Malaysia Using the Normal Transform Distribution**, Journal of Applied Sciences, Vol. 7, PP. 1880-1886.
- Suhaila, J., Jemain, A.A., 2007b, **Fitting Daily Rainfall Amount in Peninsular Malaysia Using Several Types of Exponential Distributions**, Journal of Applied Sciences Research, Vol. 3, 1027-1036.

- Suhaila, J., Jemain, A.A., 2009, **Investigating the Impacts of Adjoining Wet Days on the Distribution of Daily Rainfall Amounts in Peninsular Malaysia**, Journal of Hydrology, Vol. 368, PP. 17-25.
- Tolika, K., Maheras, P., 2005, **Spatial and Temporal Characteristics of Wet Spells in Greece**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 81, PP. 71-85.
- Vicente-Serrano S.M., Begueria-Portugues, S., 2003, **Estimating Extreme Dry-spell Risk in the Middle Ebro Valley (Northeastern Spain): A Comparative Analysis on Spatial Duration Series With a General Pareto Distribution and Annual Maxima with a Gumbel Distribution**, International Journal of Climatology, Vol. 23, PP. 1103-1118.
- Wan Zin, W.Z., Jemain, A.A., Ibrahim, K., 2009, **The Best Fitting Distribution of Annual Maximum Rainfall in Peninsular Malaysia Based on Methods of L-moment and LQ-moment**, Theoretical and Applied Climatology, Vol. 96, PP. 337-344.
- Wan, H., Zhang, X., Barrow, E.M., 2005, **Stochastic Modelling of Daily Precipitation for Canada, Atmosphere-ocean**, Vol. 43, No. 1, PP. 23-32.
- Wilby, R.L., Wigley, T.M.L., Conway, D., Jones, P.D., Hewitson, B.C., Main, J. and Wilks, D.S., 1998, **Statistical Downscaling of General Circulation Model Output: A Comparison of Methods**, Water Resources Research, Vol. 34, PP. 2995-3008.
- Wilks, D.S., 1999, **Interannual Variability and Extreme-value Characteristics of Several Stochastic Daily Precipitation Models**, Journal of Agricultural Meteorology, Vol. 93, PP. 153-169.
- Williams, C.B., 1952, **Sequences of Wet and of Dry Days Considered in Relation to the Logarithmic Series**, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, Vol. 78, PP.511-516.
- Zalina, M.D., Desa, M.N., Nguyen, V.T.V., Hashim, M.K., 2002, **Selecting a Probability Distribution for Extreme Rainfall Series in Malaysia**, Water Science and Technology, Vol. 45, PP. 63-68.

*Simulation of Rainfall Occurrence in Qazvin Synoptic Station Using  
Probability Models*

**Ababaei B.\***

Ph.D. Candidate in Agriculture Engineering (Irrigation and Drainage), Dep. of Irrigation and Reclamation, Faculty of Agricultural Engineering and Technology, University of Tehran

**Sohrabi T.M.**

Prof., Dep. of Irrigation and Reclamation, in Faculty of Agricultural Engineering and Technology, University of Tehran

**Mirzaei F.**

Assistant Prof., Dep. of Irrigation and Reclamation, Faculty of Agricultural Engineering and Technology, University of Tehran

Received: 20/04/2011

Accepted: 29/05/2012

**Extended Abstract**

**Introduction**

Models of observed daily weather sequences are frequently used in water engineering design, and agricultural, ecosystem or climate change simulations because observed ground-based meteorological data are often inadequate in terms of their length, completeness or spatial coverage. These statistical models are also known as 'weather generators' since they can fill missing data or produce indefinitely long synthetic weather series by simulating key properties of observed meteorological records (i.e., daily means, variances and co-variances, frequencies, extremes, etc.). To date, the majority of weather generators have focused on the precipitation process in recognition of the dominant control exerted by rainfall on many environmental processes, and due to the complexity of building internally consistent, multivariable models (Hutchinson, 1995). However, companion algorithms that simulate other meteorological variables are also in routine use.

Rather than simulating rainfall occurrences day by day, spell-length models operate by fitting probability distributions to observed relative frequencies of wet and dry-spell lengths. This kind

\*E-mail: Behnam.ab@gmail.com

of model is sometimes called an ‘alternating renewal process’ (Buishand, 1977; 1978; Roldan and Woolhiser, 1982), in that random numbers are generated alternately from the wet and dry spelllength distributions. That is, a new spell length (L) is generated only when a run of consecutive wet or dry days has come to an end, at which point a new spell of the opposite type is simulated.

### Methodology

In this research, the performance of different probability models were analyzed for simulating the distribution of dry and wet spells in Qazvin synoptic station (period 1959-2008), using four methods:

- 1) Fitting the best models to the data of each month;
- 2) Fitting geometric distribution to the data of each month;
- 3) Fitting the best models to the data of each 3-month periods;
- 4) Fitting the best models to the data of each season.

The models were:

- 1) Geometric Distribution (GD);
- 2) Log Series Distribution (LSD);
- 3) Mixed Two Geometric Distribution (MGD);
- 4) Mixed Geometric Poisson Distribution (MGPD);
- 5) Mixed Geometric Truncated Poisson Distribution (MGTPD);
- 6) Mixed Two Log Series Distribution (MLSD);
- 7) Mixed Log Series Geometric Distribution (MLGD);
- 8) Mixed Log Series Poisson Distribution (MLPD);
- 9) Mixed Log Series Truncated Poisson Distribution (MLTPD);
- 10) Negative Binomial Distribution (NBINO);
- 11) Poisson Distribution (PD).

### Results and Discussion

The results showed that in simulating dry spells, 3-parameter models (specially the mixture of two geometric distributions and the mixture of a geometric and a Poisson distribution) were selected as the best models. These revealed better performance of these models in simulating longer periods because in simulating wet spells series (which includes shorter periods), 1-parameter models were selected as the best models. For wet spells, the bias (RMSE and MAE) of all methods increased in the dry periods of the year. This statement holds also for dry spells because the biases increase with the start of the wet periods of the year. Again, in simulating dry spells, the performance of the first and the second methods were better in keeping the statistics of observed series. But in simulating wet spells, the third and the fourth methods performed better. The first method performed better in simulating the transitional probabilities from a dry day and the third method outperformed the other methods in simulating the transitional

probabilities from a wet day.

### **Conclusion**

The results revealed that the 3-parameter models outperformed the 1- and 2-parameter models in simulating long spells. So, it could be recommended to use such models in order to simulate (long) dry spells. Also, it was concluded that choosing the best models (according to AIC criteria) for each month and using the geometric distribution for all months could result in a better simulation of the statistics of the observed series. But, aggregating the monthly data into 3-month and seasonal periods could increase the accuracy in the simulation of the wet spells. It is recommended to analyze the performance of these probability models in other climatic stations in order to choose the best model for each station.

**Keywords:** Rainfall Occurrence, Probability Models, Dry Spells, Wet Spells, Qazvin Synoptic Station.